Investigación en el Aula: el aprendizaje de los números irracionales

Research in the Classroom: learning of irracional numbers

La Recherche dans la Salle : l'apprentissage des nombres irraisonnables

Investigação na Sala de Aula: a aprendizagem dos números irracionais

Edinson Fuentes[1]
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)
Tunja-Colombia

Martha Leonor Saiz-Sáenz[2]
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC)
Tunja-Colombia

Cómo citar este artículo: Fuentes, E. y Saiz-Sáenz, M. (2016). Investigación en el aula: el aprendizaje de los números irracionales. *quaest.disput, 9* (19), 46-63

Recibido: 22/04/2016. Aprobado: 30/05/2016

1 Ph. D. (c). Contacto: efuentes@unal.edu.co.

2 M. Sc. (c). Contacto: martha.saiz@uptc.edu.co.

Resumen

El presente artículo describe una experiencia con la caracterización del pensamiento matemático de los estudiantes de grado octavo, a través de investigación en el aula para el aprendizaje de los números irracionales. El artículo es el resultado de una investigación que tuvo como objetivo la construcción del concepto de número irracional a partir de prácticas sociales y la interacción en el aula, tanto de los alumnos como del docente. La investigación se fundamenta en actividades grupales, en donde el conocimiento se da a través de la interacción grupal y a partir de la exploración en el medio. Para realizar este análisis se hicieron varias actividades de tipo exploratorio, con grupos de estudiantes donde cada uno redactó los pasos que aplicaron al desarrollar dicha actividad. Para ello, se explican y se analizan los resultados obtenidos, destacando los relatos aportados, especialmente lo relacionado con los números irracionales. Los resultados obtenidos permiten establecer que el trabajo en grupo posibilita una mejor construcción del conocimiento en el aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: investigación en el aula, números reales, racionales e irracionales, trabajo grupal.

Abstract

This article describes an experience with the charaterization of mathematical thoughts of the 8th grade students. This is made through the investigation in the classroom for learning irrational numbers. The article is the result of an investigation for the construction of the concept of irrational numbers from the social practices and the interaction in the classroom from the students as well as the teachers. The research is based on group activities, where knowledge is given through interaction in the groups and from the exploration of the surroundings. To do the analysis several activities were made. This was made with a group of students where each one summarized the steps followed to develop the activity. The results obtained were analized highlighting the case stories presented, especially the ones related to irrational numbers. The results allow to define that the group work makes a better construction of learning mathematics.

Keywords: reseach in the classroom, real, rational and irrational numbers, group work.

Résumé

Le présent article de réflexion décrit une expérience avec la caractérisation de la pensée mathématique des étudiants du huitième degré, à travers d'une recherche dans la salle pour l'apprentissage des nombres irraisonnables. L'article est le résultat d'une recherche qui a eu pour objectif la construction du concept de nombre irraisonnable à partir des pratiques sociales et l'interaction dans la salle, des élèves et de l'enseignant. La recherche repose dans des activités de groupe, où la connaissance se rend à travers de l'interaction groupale et à partir de l'exploration dans le milieu.

Pour réaliser cette analyse quelques activités de type exploratoire ont été faites, avec groups d'étudiants où chacun a rédigé les pas qu'ils ont appliqués après avoir développé la dite activité. Pour cela, s'expliquent et s'analysent les résultats obtenus, en soulignant les récits apportés, spécialement le relatif aux nombres irraisonnables. Les résultats obtenus permettent d'établir que le travail en groupe facilite une meilleure construction de la connaissance dans l'apprentissage des mathématiques.

Mots clefs : recherche dans la salle, les nombres réels, rationnels et irraisonnables, travaille de groupe.

Resumo

O presente artigo de reflexão descreve uma experiência com a caracterização do pensamento matemático dos estudante de oitavo ano de Ensino Fundamental, a través da pesquisa na sala de aula para a aprendizagem dos números irracionais. O presente artigo é o resultado de uma investigação a qual teve como objetivo a construção do conceito de número irracional a partir das práticas sociais e da interação na sala de aula, quanto dos alunos como do professor. A investigação se fundamenta em atividades grupais, onde o conhecimento se dá por meio da interação grupal e a exploração do meio. Para a realização desta análise fizeram-se várias atividades de tipo exploratório com grupos de estudantes onde cada um deles escreveu os passos que foram aplicados para o desenvolvimento de esta atividade. Para isso, explicam-se e analisam-se os resultados obtidos, destacando os relatos aportados, especialmente, aquilo em relação com os números irracionais. Os resultados obtidos, permitem estabelecer que o trabalho em grupo possibilita uma melhor construção do conhecimento na aprendizagem das matemáticas.

Palavras chave: investigação em sala de aula, números reais, racionais e irracionais, trabalho grupal.

"La investigación en el aula es la construcción y la representación de lo que el estudiante percibe de su docente" (el autor).

Introducción

El concepto de número irracional es bastante abstracto, incluso para aquellos que estudian las matemáticas en la educación superior (Moreira, 2004).

Los números irracionales aparecen de manera natural al medir, por ejemplo, si tomamos un cuadrado cuya longitud de un lado es uno, usando el teorema de Pitágoras se obtiene inmediatamente que la medida de la diagonal es el número inconmensurable la aparición de este tipo de números desencadenó una crisis de los fundamentos de matemática en la época griega cuando sólo se reconocían como números a los naturales y a ciertas fracciones, debido a esto tuvo que reformularse el concepto de los números y aceptar la existencia de los números irracionales que junto con los racionales formarían el sistema de los números reales. Sin embargo, es hasta el siglo XIX que Dedekind (1831-1916) introduce las "cortaduras" para realizar la construcción formal de los números reales.

El aprendizaje de las propiedades de los números irracionales en los primeros años de estudio es importante porque se requieren para el tratamiento y entendimiento de temas tan importantes como por ejemplo: el Teorema de Pitágoras, la distancia entre dos puntos, la ecuación ordinaria de la circunferencia, el cálculo de áreas, la resolvente de ecuaciones, las sustituciones trigonométricas entre otras; también los números reales constituyen la base del análisis matemático y del desarrollo del pensamiento numérico.

En ese orden de ideas, el espacio donde se adquieren estos conocimientos impartidos por el docente, es el aula y las actividades que se realizan acompañadas de las correspondientes estrategias han sido motivo de investigación a través de los tiempos, dando como resultados avances en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, especialmente el de los números irracionales (Investigación en el aula).

Las aulas investigativas permiten que el estudiante sea autónomo y responsable en su proceso de aprendizaje, en distintas partes del mundo surgen investigaciones, proyectos, ensayos, programas y experimentos orientados a buscar nuevas formas de educar, de orientar al niño y al joven para la vida. Muchos comparten las mismas inquietudes: El colegio es aburrido, monótono, enseña cosas que no son útiles, no me motiva no me atrae, no lo disfruto (Marín, 2015).

Es una tarea de reflexión de la práctica docente y de la interacción existente con los estudiantes, donde el mismo autor destaca aspectos que él considera importantes en el proceso de enseñanza aprendizaje del algebra, entre los cuales están:

1) Ausencia de situaciones que involucren problemáticas cercanas a las relaciones sociales y culturales de los estudiantes en la presentación y el desarrollo de actividades propuestas.

2) Falta de conciencia por parte de los profesores respecto a la individualidad de nuestros estudiantes, lo cual influye en los procesos de enseñanza - aprendizaje.
3) Los estudiantes muestran poco interés por el aprendizaje de las matemáticas, lo cual se evidencia en la poca motivación para realizar las diferentes actividades que se les proponen.

Respecto del aprendizaje de las matemáticas a través de las aulas investigativas, estas han sido el escenario del proceso de aprendizaje de los estudiantes, mediante la caracterización del pensamiento matemático de los alumnos de grado octavo, para que ellos tengan claridad en el proceso a seguir para obtener los resultados por sus propios medios, y no por imposición del docente.

Cuando se afirma que "es posible enseñar cualquier cosa a un niño siempre que se haga en su propio lenguaje" (Cantos, 1994, p.113), es muy acertado en su teoría cuando expone que el aprendizaje debe estimular a los estudiantes, no debe limitarse a una memorización mecánica de información o de procedimientos, sino que debe conducir al educando al desarrollo de su capacidad para resolver problemas elevando su autoestima, desarrollando su pensamiento matemático poco a poco, pasando de lo más simple a lo más complejo y esto rompe la educación tradicional que todavía es llevada en muchos colegios.

El muy importante que el niño tenga un descubrimiento por sí mismo y actividad directa sobre la realidad, desarrollando un aprendizaje significativo, encontrando motivación para resolver los problemas y participando activamente en el proceso de aprendizaje.

Es necesario tener en cuenta que "todos los fenómenos de aprendizaje que resultan de la experiencia directa pueden tener lugar por el proceso de sustitución, o sea, mediante la observación del comportamiento de otras personas; las consecuencias que ese comportamiento ocasiona en otra persona (o modelo) pueden ser transferidas al aprendiz" (Cantos, 1994, p.116).

Además, cuando postula que "si no se logra conducir a los niños desde su manera de pensar y percibir hasta una noción adecuada e intuitiva de invarianza (no hay cambio), el resultado es que aprenderán, por ejemplo, a contar mecánicamente, pero sin lograr adquirir la idea de invarianza de las cantidades numéricas" (Cantos, 1994, p.113), se debe hacer reflexión y análisis de las practicas pedagógicas para generar espacios que permitan al estudiante socializar con otros compañeros y aprender por descubrimiento.

De igual manera, se observa que los estudiantes, son parte importante del proceso de formación, y hay que involucrarlos, de tal manera, que se hagan partícipes en las clases y reconozcan la importancia individual y grupal, en ese proceso de aprendizaje.

Con regularidad, se observa que los conjuntos de números que se estudian, para los educandos en ocasiones son muy confusos, porque no existe la debida ambientación, ni los medios pedagógicos para atraer, captar su atención y motivarlos en aras de relacionar la importancia y utilidad que reviste este conocimiento para la vida cotidiana. Esto se ha mejorado en el caso de los autores de este artículo, al explorar la posibilidad de conocer hasta qué punto el número irracional genera importancia a los estudiantes y reconocen que son útiles y se necesitan realmente en nuestra vida escolar.

Una de las dificultades que enfrentan los estudiantes en el quehacer pedagógico -especialmente en lo referente a las matemáticas-, es el aprender a resolver problemas lo que se convierte en un impedimento que afecta su rendimiento académico, a pesar de que para muchos es compleja puede superarse si se entiende que este es un proceso tan fácil que se ha podido superar a través de los años, que se logra a través de la imitación, respecto a lo que hacen los demás, sobre cómo plantear y resolver problemas (Polya, 1979).

Para ello, es preciso formular preguntas a los estudiantes y al mismo tiempo sugerencias, de tal manera que cada uno de ellos sea capaz de descubrir la respuesta y convertir estos procedimientos en un ejercicio práctico, para situaciones futuras, es necesario leer muy bien y comprender el problema, formular un plan para su solución, ejecutarlo y proceder a revisar los resultados obtenidos, aplicando la lógica para determinar la certeza de la respuesta.

En el estudio realizado acerca de la resolución de problemas desde la investigación en educación matemática, afirma que son tan dispares la manera de formularles problemas a los estudiantes, que es imposible unificar dichos criterios en una sola teoría para su solución, porque no se tienen en cuenta todos los agentes que intervienen (problema, estudiantes y docente) y la capacidad de los mismos (Castro, 1991).

Con respecto al aprendizaje de las Matemáticas, en el estudio sobre las experiencias en la resolución de problemas en el aula de secundaria, se argumenta que es necesario distinguir tres aspectos: ejercicios, cuestiones y problemas, donde los primeros exigen el haber adquirido unos conocimientos básicos y conocer cómo aplicarlos, apoyados en estrategias de cálculo; los segundos, se orientan al entendimiento de la teoría por parte del estudiante, el cual se debe controlar para afianzar dichos conceptos y el tercero, es la utilización de conocimientos y estrategias, aprendidas que asociadas permiten la resolución de problemas de la vida real y de otras ciencias. La pregunta o preguntas, que habrían de formularse es si el docente tiene los suficientes argumentos (pedagogía) que permitan el entendimiento de los alumnos (Luque, 1995).

Metodología

Este proyecto se fundamenta en un enfoque metodológico cualitativo ya que la relación con la comunidad de estudio es directa, mediante esta relación se puede interpretar la realidad y buscar los métodos adecuados para que el estudiante logre entender de una manera más clara los conceptos que se quieren orientar.

Es necesario tener claro el sujeto y el objeto para que haya una buena interacción, para así encontrar los obstáculos y poder observar continuamente los hallazgos que se tienen para la solución.

El objetivo es que a partir del trabajo grupal se construya el concepto de los números irracionales, a través de ciertas actividades desarrolladas en el aula, "plantea analizar la interacción entre la actividad observable de los individuos, la intencionalidad explicita de transmitir un cierto conocimiento y el conocimiento matemático en juego relativo al escenario" (Montiel, 2011, p. 445).

El método se orientó hacia la construcción del conocimiento por medio del estudiante, a través de sus prácticas sociales.

Marco teórico

El concepto de número irracional suele enunciarse de las siguientes maneras:

1) Un número que no puede ser escrito como una fracción $\frac{m}{n}$, donde y son enteros y distinto de cero.
2) Cualquier número real que no es racional (los números racionales son aquellos que pueden ser escritos en forma de fracción $\frac{m}{n}$, donde y sean enteros y distinto de cero).
3) Un número que tiene forma decimal periódico, cuyo periodo es infinito, por ejemplo:

$$\sqrt{2} = 1.414213562 \ldots, \text{ o } \pi = 3.141592654\ldots$$

4) Los números no racionales que completan la recta real.

Cuando un estudiante se enfrenta por primera vez a estas definiciones le parecen algo extrañas y complejas, piensa que los conjuntos numéricos no se entienden con facilidad y que son de poco uso, el estudiante se sorprende al saber que existen más números irracionales que números naturales e inclusive más que números racionales, la prueba de este hecho se pueden ver en libros clásicos de lógica y teoría de conjuntos.

De lo anterior surge la siguiente pregunta, si existen tantos números irracionales y son tan comunes en la vida cotidiana, ¿por qué el estudiante sólo conoce unos pocos? Y, ¿por qué es tan complejo familiarizarse con ellos? Para facilitar el entendimiento al estudiante del concepto de número irracional trabajamos el siguiente algorítmico para determinar cuándo un número real es racional o irracional, este procedimiento es algo distinto a como se construyen en los libros de texto, que por lo general parten del conjunto de los naturales, pasan a los enteros, luego se construyen los racionales y finalmente se pueden definir los irracionales para formar el gran conjunto de números reales.

El algoritmo es:

> Todo número real, tiene una parte entera y una parte decimal, por ejemplo para él número, la parte entera es 10 y la parte decimal es 0.5; los números enteros tienen parte decimal igual a 0.

La parte decimal de un número real puede tener alguna de las siguientes formas:

1) Tiene un número finito de cifras, esto es equivalente a decir que la parte decimal es una fracción , por ejemplo:

$$0.353 = \frac{353}{100}$$

2) Tiene un número infinito de dígitos, pero periódico, es decir, después de cierto número se empieza a repetir nuevamente cierta cadena de números, por ejemplo:

$$\frac{33}{21} = 1.571428571428\ldots = 1.\overline{571428},$$

El número que se repite infinitas veces en este ejemplo es el periodo tiene 6 cifras. Se puede mostrar que todo número decimal periodo se puede escribir en forma de fracción.

3) La parte decimal sea infinita no periódica, por ejemplo:

$$\sqrt{2} = 1.414213562\ldots$$

Si la parte decimal del número real es de la forma 1) o 2) el número es racional y si la parte decimal es de la forma c) el número es un irracional.

En el estudio de los números irracionales, las aulas investigativas definen al docente como una persona investigadora desde su misma experiencia donde la concepción de éste, es de facilitador del aprendizaje de sus alumnos y al mismo tiempo como investigador es necesario que:

1) Exista una concepción constructivista del aprendizaje.
2) La importancia de las representaciones y errores conceptuales en la construcción del conocimiento.
3) El papel de la comunicación en el aula.
4) La influencia de intercambio de ideas.
5) El desarrollo de actitudes y valores propios del pensamiento del estudiante (Porlán, 1987).

El estudio de los números irracionales, generaba, entre los estudiosos de las matemáticas, un caos porque era algo sin forma, que reafirmó en ese momento la importancia de la geometría sobre las matemáticas.

En la inconmensurabilidad o irracionalidad de los números, Moreira (2004). en su tesis doctoral, afirma que es común la presentación de los contenidos de los textos de matemáticas acerca de este tema, con reglas sucesivas con radicales, que carecen de argumentación que convenza, convirtiéndose esta insuficiencia en un reto didáctico – pedagógico.

De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de educación nacional, 2006), se requiere que el estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje sea capaz de reconocer “un número irracional como un número con representación decimal infinita, y no periódico, y la ubicación de algunos de ellos en la recta numérica con regla y compás”. Se requiere crear un ambiente propicio y motivador para que los estudiantes, reconozcan la importancia que merece esta temática, se involucren en ella a través de ejercicios que atraigan y capten su atención.

Por su parte, se afirma:

> Las prácticas de exploración y de investigación son una alternativa que ayuda a analizar y producir significados para las matemáticas escolares. Estas prácticas han sido desarrolladas por estos grupos de estudios portugueses con investigaciones matemáticas (IM), que surgió a finales de 1980 en los

> EE.UU. y el Reino Unido como una matemática significativa alternativa didáctica pedagógica de enseñanza y la contemplación, mientras que los aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales" (Fiorentini, 2010).

Asimismo,

> El uso de mensajería instantánea en el aula puede contribuir a la aparición de un entorno similar a la experimentada por los matemáticos cuando se encuentran en el proceso de producción / creación de conocimientos matemáticos. Es un entorno que se caracteriza por ser exploratoria, formulación de conjeturas o hipótesis que son probados y verificados o mediadas por diferentes medios de comunicación, a través de procesos de negociación y validación" (Fiorentini, 2010).

Por otro lado Ponte, J. P. y et al. (2006), han desarrollado esta alternativa educativa y pedagógica en Portugal, donde ya hay muchas experiencias, estudios y publicaciones sobre investigaciones matemáticas.

> Debido a la cantidad de alumnos en cada clase en una escuela pública, un promedio de 40 alumnos, surge la posibilidad de trabajar con investigación matemática este contexto es a través del trabajo en grupos cada uno con una función bien definida para el desarrollo actividad. Cada grupo recibe una tarjeta que contiene las instrucciones para el desarrollo de la actividad y que sería entregado en la clase (Ponte, 2006).

Desarrollo del trabajo

Al iniciar la clase, se les pidió a los estudiantes que nombraran un relator en cada grupo de trabajo para que escribiera las dudas que se presentaran y los pasos a seguir para el desarrollo de cada actividad; además, se expresaron reglas claras para evitar el desorden; una de ellas, es que inicialmente no se podían hacer preguntas de ningún tipo y que la única socialización era con los integrantes de su grupo de trabajo para así poder llegar a un consenso, con el fin de que el estudiante analizara y construyera significados matemáticos, donde involucre no solo su entorno sino su contexto.

Las actividades se desarrollaron en tres etapas, distribuidas de la siguiente manera:

- Etapa de exploración, a través de indicaciones dadas por el docente, los alumnos intentaban resolver el problema matemático planteado, inicialmente, se les daba poca información y a medida que ellos exploraban y obtenían conclusiones se aumenta el nivel de complejidad del problema.

- Etapa de socialización, cada grupo escogía un representante para que expusiera sus puntos de vista, sus primeras ideas y dieran a conocer posibles conjeturas y soluciones.
- Etapa de comprobación, con la ayuda del docente, se validaban, probaban y justificaban las distintas soluciones planteadas por los alumnos.

Primera actividad (Cálculo del lado de un cuadrado cuando se conoce el valor del área**):**

Esta actividad consistía en determinar la medida del lado de un cuadrado sabiendo que el valor del área es de 5 unidades cuadradas, después generalizarlo para cualquier cuadrado de área dada.

Inicialmente, los estudiantes se sentían un poco confundidos y muchos de ellos, por no decir la mayoría ni siquiera habían intentado construir la figura, se decidió que un integrante de cada grupo cambiara de grupo con el fin de tener diferentes puntos de vista y así pudieran aclarar dudas, pero muchos terminaron más confundidos.

Como había tanta confusión el docente decidió intervenir, para aclarar ciertos conceptos que al parecer no estaban claros. En primer lugar, formulamos la pregunta: ¿Cuáles son las características que debe tener un cuadrado? Y la gran mayoría de ellos contestaron, que es una figura de cuatro lados, que tiene los cuatro ángulos rectos y sus lados son iguales, pero la gran duda surgió al momento de preguntar: ¿Cuál es el área de cuadrado?, obteniendo variadas respuestas: el área es la suma de sus lados, o que se obtenía sumando dos lados, otros respondieron que el lado se obtenía de hacer la división del área en cuatro; en fin, estaban bastante confundidos.

Una de los estudiantes expresó que el área se obtenía de multiplicar lado por lado o lado al cuadrado; una vez se aclaró este tema el desarrollo de la actividad mejoro y formularon diversas respuestas, para darle solución a la pregunta inicial y la más aproximada, fue 2,2, no obteniendo con ella el resultado que se pretendía. Finalmente, una de las estudiantes decide sentarse sola para encontrar una posible solución e intentó con 2,3 pero, observo que no obtuvo el número que se pedía sino un poco más; entonces, decidió disminuirle el valor del decimal en tres y agregar otro número, encontrando que 2,236 era el valor más aproximado, luego concluyo que el número podría tener infinitas cifras decimales.

La estudiante decide utilizar la calculadora varias veces, logrando gracias al ensayo y error obtener el resultado de raíz de cinco y argumenta que el lado se puede sacar con la raíz pero que son muchos números decimales.

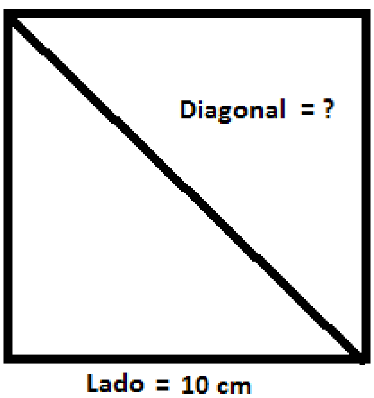
Al concluir la actividad se explica el significado de los números irracionales y cómo se pueden obtener mediante la utilización de la intuición, sin necesidad de calculadora, ya que este tipo de problemas, es común, que estén incluidos en las pruebas de estado, donde la falta de práctica hace que se obtengan puntajes bajos.

Al analizar los hechos, cuando se entiende que con lo realizado los estudiantes expresan sus dudas, las comparten y se logra el propósito, que no memoricen sino que capten la esencia del proceso de enseñanza aprendizaje, y de esta manera vayan afianzando sus conocimientos en matemáticas y articulándolos con el contexto, para que así aprendan realmente para la vida y no para el momento, se infiere que esta primer actividad fue exitosa.

Segunda actividad (Cálculo de la diagonal de un cuadrado**):**

La actividad consistía en calcular la medida de la diagonal del cuadrado de lado

Al comienzo, los estudiantes usaron regla y apuntaban los resultados, luego se les solicito que el resultado debería tener por lo menos 8 cifras decimales a lo que después de un tiempo todos los grupos tenían resultados distintos y no se llegó a un común acuerdo, algunas de las medidas de la diagonal fueron:



- 14.13456768
- 14.01567867
- 14.23457689
- 14.14567865
- 14.13456789

Luego, se les explicó que no podíamos llegar a un acuerdo porque la diagonal tiene como medida un número inconmensurable es decir que tiene infinitas cifras decimales no periódicas, a lo que un estudiante respondió inmediatamente que era un número irracional.

En seguida, se les solicitó que calcularan la diagonal pero usando el Teorema de Pitágoras, después de un tiempo se concluyó que la diagonal del cuadrado era exactamente

$$\text{Diagonal} = \sqrt{(10\text{cm})^2 + (10\text{cm})^2} = 10\sqrt{2}\text{cm} \qquad (1)$$

Posteriormente, se les pidió que midieran la diagonal de otros cuadrados que se encontraban en el aula de clase, después de un tiempo concluyeron que la diagonal de cualquier cuadrado es:

$$\text{Diagonal} = \sqrt{(\text{lado})^2 + (\text{lado})^2} = \text{lado}\,\sqrt{2}.$$

Dificultades:

1) Desconocimiento de la diagonal de un cuadrado.
2) Algunos no sabían usar el teorema de Pitágoras.
3) Dificultas a la hora de simplificar factores semejantes.
4) Muchos alumnos creen que es lo mismo $10\sqrt{2}$ y 14.14213562.

Avances:

1) El estudiante reconoce la existencia de uno o varios números irracionales en un proceso común como el cálculo del área de un cuadrado.
2) Fortalecen y reconocen cuando usar el teorema de Pitágoras.

Tercera actividad (Cálculo del área y perímetro de un cuadrado):

Esta actividad consistía en hallar el perímetro y el área de un cuadrado cuando se conoce la diagonal del mismo. Esta actividad se puede ver como el problema inverso de la primera y segunda actividad.

Inicialmente, se trataba de determinar el área y el perímetro de un cuadrado cuya diagonal era , al comienzo muchos estudiantes no tenían claridad de cómo calcular esto debido al desconocimiento de las fórmulas, después de un tiempo se les recordó que

$$\text{Área cuadrado} = \text{lado} \times \text{lado}.$$
$$\text{Perímetro cuadrado} = 4 \times \text{lado} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}.$$

Luego, observaron que en realidad el problema era calcular el lado del cuadrado conociendo la diagonal, después de varios intentos fallidos se les comento que una buena opción era usar las ecuaciones (1) y (2) de lo cual concluyeron que

$$\text{Lado} = \frac{\text{diagonal}}{\sqrt{2}}.$$

Así, infirieron que el lado del cuadrado es $\frac{10\text{cm}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\text{cm}$, y por lo tanto:

$$\text{Área} = (5\sqrt{2}\text{cm})(\,5\sqrt{2}\text{cm}) = 50\text{cm}^2.$$

$$\text{Perímetro} = 5\sqrt{2}\text{cm} + 5\sqrt{2}\text{cm} + 5\sqrt{2}\text{cm} + 5\sqrt{2}\text{cm} = 20\sqrt{2}\text{cm}.$$

Dificultades:

1) Algunos alumnos confunden el concepto de área con el perímetro y no manejan y no recuerdan las fórmulas para calcular esto.
2) Se les dificulta el manejo de los radicales.
3) Son muy dependientes de las calculadoras, esto es algo malo porque en las pruebas del estado evalúan es la capacidad de razonar y resolver problemas.

Avances:

1) Entendimiento que existen cuadrados que tienen lados cuya medida es un número irracional.
1) Se fortaleció el concepto de área de un cuadrado.
2) Se fortaleció las operaciones con números irracionales.

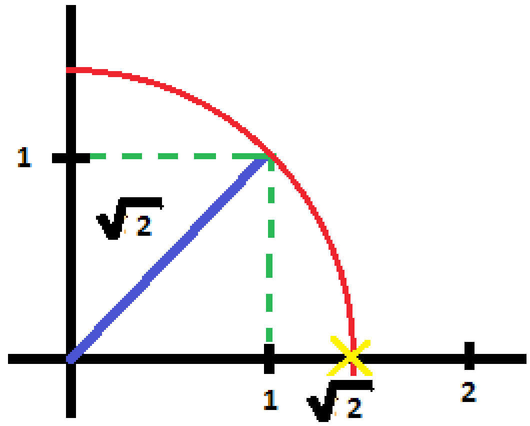
Cuarta actividad (Graficar algunos números irracionales):

Esta actividad tiene como objetivo ver que los números irracionales tienen su ubicación en la recta real y se pueden graficar usando regla y compás. En una cartelera deben graficar $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt{7}$, pero sin usar calculadora.

Después de un tiempo de intentos fallidos por parte de ellos, se les recordó que según el teorema de Pitágoras:

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}.$$

Entonces, con la ayuda de un compás podemos graficar fácilmente a $\sqrt{2}$, así:



Luego, empezaron a graficar $\sqrt{3}$, al comienzo no sabían cómo usar el teorema de Pitágoras para relacionar a raíz de tres, pero después alguien observo que:

$$\sqrt{3} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2}.$$

También que:

$$\sqrt{5} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2},$$

y:

$$\sqrt{7} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2}.$$

Así, lograron graficar exactamente en la recta real algunos números irracionales. Siguiendo un procedimiento inductivo se puede mostrar que existen infinitos números irracionales.

Dificultades:

1) Algunos alumnos no tienen claro las propiedades de los exponentes y radicales.
2) Muchos alumnos no saben graficar correctamente los números en la recta real.
3) Es importante fortalecer el uso de la regla y el compás.
4) Falta más trabajo y familiarización con radicales.

Avances:

1) Se combinan conceptos geométricos y analíticos para graficar números irracionales.
2) Se fortaleció el uso de teorema de Pitágoras.

3) Se fortaleció las operaciones con números irracionales.

Resultados:

Aunque en principio se veía a la mayoría de los estudiantes confundidos e insatisfechos con las actividades porque pensaban que se estaba improvisando la clase; finalmente, se logró que:

1) Los estudiantes recordaran conceptos como área, perímetro, el teorema de Pitágoras, diagonal de un cuadrado, entre otros.
2) Aprendieron a hallar el lado de un cuadrado de una manera diferente a la tradicional encontrando resultados que conduce a la solución.
3) Estas actividades son favorables, ya que motiva e invita al estudiante a que reflexione y se cuestione sobre sus mismos conocimientos.
4) En su mayoría los estudiantes tienen la capacidad de producir sus propios conceptos, en especial el de número irracional.
5) Se logró mostrar la existencia de infinitos números irracionales en forma geométrica, y analítica usando un proceso inductivo.
6) Al describir los resultados y analizarlos, se puede evidenciar que los estudiantes olvidan fácilmente los conceptos cuando las clases son más teóricas mientras que si son ellos mismos los que tratan de comprender lo que están haciendo su fortalecen su conocimiento.

Conclusiones

Al concluir la actividad se les explica el concepto y demás aspectos de los números irracionales y cómo se pueden obtener mejores resultaos apoyados en la intuición, sin necesidad de calculadora.

En el proceso de enseñanza aprendizaje, de los estudiantes, es preciso realizar actividades que atraigan su atención, la capten y los motiven a resolver problemas cotidianos, reemplazando la cátedra tradicional y magistral, por aquellas que surjan del esfuerzo del docente y la mediación del contexto; esto implica que los conocimientos que ya tiene el estudiante sean explorados y los refuercen, y utilicen medios y recursos naturales del entorno.

Es importante que los estudiantes con la confianza que se les brinda manifiesten y aclaren sus dudas, mediante actividades fundamentadas en procesos de fácil aplicación y así -de manera inconsciente- afiancen sus conocimientos, no sólo en el fortalecimiento del pensamiento matemático sino en el aprendizaje de su quehacer diario.

En su mayoría, los estudiantes tienen la capacidad de producir sus propios conceptos matemáticos, aunque queda mucho por mejorar y por cambiar los paradigmas que tienen acerca del aprendizaje de las matemáticas.

Se debe permitir al estudiante obtener diferentes interpretaciones, ya que la transmisión de conocimiento no transforma al estudiante, sino las prácticas significativas e innovadoras.

Referencias

Cantos, R. y et. al. (1994). *El niño: Desarrollo y proceso de construcción del conocimiento.* México D.F: Antología básica

Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa.* Granada, España: Universidad de Granada.

Fiorentini, D. y Cristovão, E. M. (2010). Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, Campinas. Brasil: Alínea.

Marín, F. E. (2015). *La Udproco como mediación pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en grado octavo desde la perspectiva de la educación matemática crítica (Tesis de maestría).* Universidad Nacional, Manizales, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de *http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf*

Montiel, G. y Buendía, G. (Diciembre de 2011). Propuesta metodológica para la investigación socio-epistemológica, *Memoria de la XIV escuela de invierno en Matemática educativa 2011*, Zacatecas, México.

Moreira, P. C. (2004). *O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola* básica, Ano de *obtenção (tesis de Doctorado).* Universidad Federal de Minas Gerais, UFMG, Brasil.

Luque, M. F. (1995). *Experiencias en la resolución de problemas en el aula de secundaria*. Granada, España.

Ponte, J. P. y Brocado, J. y Oliveira H. (2006). *Investigação Matemática na sala de aula*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.

Polya, G. (1979). Cómo plantear y resolver problemas. México D. F., México: Trillas México.

Porlán, A. R. (1987). El maestro como investigador en el aula: Investigar para conocer, conocer para enseñar. Investigación en la escuela, 1(1) ,63-70.