

# Control “Anti Sway” para un prototipo de puente grúa birraíl

Liliana Fernández

Ingeniera electrónica, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Magíster en Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia Manizales. Doctorado en Ingeniería, Universidad del Valle Cali. Docente Asistente en la escuela de Ingeniería electrónica de la UPTC. liliana.fernandez@uptc.edu.co

Israel Castro

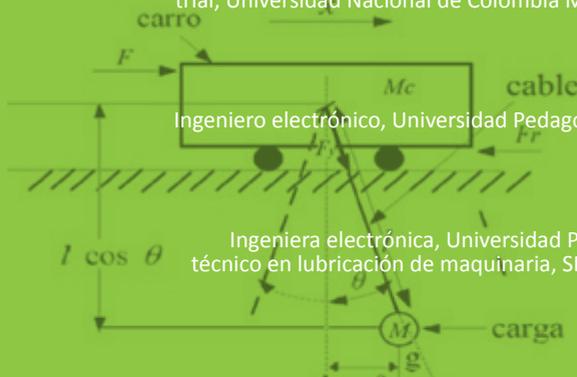
Ingeniero electrónico, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Especialista técnico en lubricación de maquinaria, SENA. Miembro del grupo de investigación DSP-UPTC. israel.castro.89@hotmail.com

July Mora

Ingeniera electrónica, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Zootecnista, UNAD. Especialista técnico en lubricación de maquinaria, SENA. Candidata. Especialista en Educación Superior a Distancia, UNAD. Miembro del grupo de investigación DSP-UPTC. jnmoraa@hotmail.com

Juan Salamanca

Ingeniero electrónico, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Magíster en Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia Bogotá. Doctor en Ingeniería, Universidad del Valle Cali. juan.salamanca@uptc.edu.co



Recibido: 31 de octubre de 2013 Aprobado: 10 de diciembre de 2013

Artículo de investigación científica y tecnológica, elaborado en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Tunja.

## Resumen

En este artículo se presenta el diseño y construcción para un prototipo de puente grúa tipo birraíl. Para el control del prototipo se implementa una estrategia para seguimiento de modelo de referencia por realimentación de estados. La técnica de control permite desacoplar las dinámicas del carro y de la oscilación de la carga con respecto a la posición de la misma. Al final del artículo se muestra el diseño del controlador y los resultados de las simulaciones realizadas con su respectivo análisis.

**Palabras Claves :** Control, modelo de referencia,

## Abstract

This paper presents the design and construction of a birraíl crane prototype. To control the prototype a strategy is implemented to follow the referenced model by the feedback of the states. The control technique allows to unmatch the dynamic car and the pendulum of the charge from their own position. The design of the controller, the simulation results and the analysis are given at the end of the paper.

**Key words:** Control, reference model, sway.

## I. INTRODUCCIÓN

En la industria comúnmente son utilizados puentes grúa que tienen como propósito transportar y manipular materiales pesados en trabajos repetitivos que requieren habilidades y experiencia por parte del personal que opera esta maquinaria. Existen normas que exigen seguridad industrial y señalizaciones prevenir riesgos y accidentes en el área específica de operación. Uno de los problemas de un puente grúa en movimiento es la oscilación de la carga mientras es transportada, lo cual se convierte en un reto interesante para el desarrollo de sistemas de control que permitan reducción de errores, eficiencia en el tiempo de carga y descarga, y una disminución en el consumo de energía durante el ciclo de trabajo.

Este tipo de problemas han sido tratados por diferentes autores, que en la búsqueda del conocimiento usaron distintos métodos con el fin de mejorar las características de trabajo con puentes grúa, entre ellos se destacan: técnicas de control basadas en algoritmos genéticos y redes neuronales según García J. (2006), controladores cuadráticos con computación evolutiva que expone Betancur C. (2008), reguladores fuzzy según Sánchez J (2003), realimentación de estados que exponen Beigel, B.; Hansen, A.; Juelsgaard, M. y Koldkjaer, P. (2009), entre otros.

## II. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO

### A. Prototipo

La estructura del puente grúa se realizó teniendo en cuenta: primero las dimensiones para el análisis en la estabilidad de la carga y segundo que la planta fuese tipo birraíl para el adecuado desplazamiento horizontal del carro. El prototipo consta de dos vigas acondicionadas para el transporte del carro sobre ellas, que soporta dos motores adaptados para el traslado de la carga. En la Fig. 1 y 2 se puede apreciar el modelo del prototipo a utilizar y la estructura mecánica implementada para el movimiento en las dos dimensiones de la carga, respectivamente.

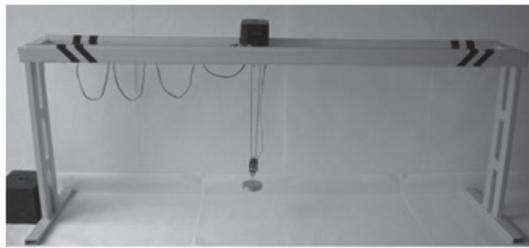


FIGURA 1. PROTOTIPO DEL PUENTE GRÚA.

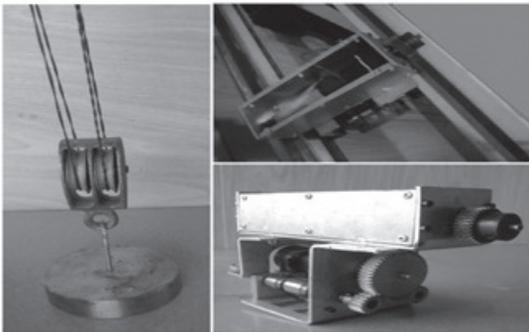


FIGURA 2. ESTRUCTURA MECÁNICA PARA EL DESPLAZAMIENTO DE LA MASA.

El desplazamiento horizontal se realiza mediante el acople de un piñón y una cremallera, convirtiendo el movimiento rotacional a lineal. Mientras el vertical se hace con un multiplicador de velocidad de engranajes y a su vez con dos rodillos que permiten enrollar el cable que sostiene la carga.

### Modelo matemático

El sistema implementado consta de tres grados de libertad, los cuales son: 1. El ángulo que se forma entre la carga y el eje vertical, 2. La posición del carro en el eje 'x' u horizontal y 3. La posición de la carga en el eje 'y' o vertical. Se eligen las coordenadas  $\theta(t)$ ,  $x(t)$  y

$l(t)$  que coinciden con los grados de libertad, respectivamente. En la Fig. 3 se presenta el diagrama de cuerpo libre.

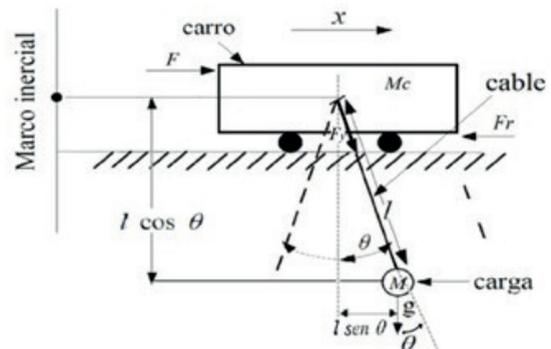


FIGURA 3. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

### Variables y parámetros

La tabla I muestra la información relacionada a las variables y parámetros que describen el sistema.

TABLA I  
VARIABLES Y PARÁMETROS DEL SISTEMAS

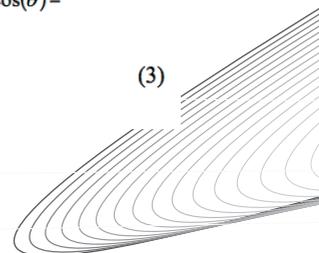
Variable	Definición	Medida
$\theta(t)$	Posición angular del cable con respecto al eje vertical del carro	[rad]
$\dot{\theta}(t)$	Velocidad angular	[rad/seg]
$\ddot{\theta}(t)$	Aceleración angular	[rad/seg <sup>2</sup> ]
$x(t)$	Posición horizontal del carro y de la carga	[m]
$\dot{x}(t)$	Velocidad horizontal del carro y de la carga	[m/seg]
$\ddot{x}(t)$	Aceleración horizontal del carro y de la carga	[m/seg <sup>2</sup> ]
$l(t)$	Posición vertical de la carga	[m]
$\dot{l}(t)$	Velocidad vertical de la carga	[m/seg]
$\ddot{l}(t)$	Aceleración vertical de la carga	[m/seg <sup>2</sup> ]
M	Masa de la carga	0.98 Kg
Mc	Masa del carro	1.73 Kg
g	Constante gravitacional	9.8 m/seg <sup>2</sup>

Para obtener el modelo matemático se hace uso de la dinámica de Euler-Lagrange, para lo cual se calcula la energía cinética y potencial del sistema y se evalúa el Lagrangiano. En las ecuaciones (1), (2) y (3) se describen aceleración horizontal del carro, aceleración angular de la carga con respecto al carro y aceleración vertical de la carga, respectivamente.

$$\ddot{x} = -\frac{M_p \cdot g}{M_c} \cdot \text{sen}(\theta) - \frac{1}{M_c} u_1 + \frac{1}{M_c} \cdot \text{sen}(\theta) u_2 \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} - \frac{g}{l} \cdot \text{sen}(\theta) - \frac{2}{l} \cdot \dot{l} \cdot \dot{\theta} - \frac{M_p}{M_c \cdot l} g \cdot \cos(\theta) \cdot \text{sen}(\theta) - \frac{\cos(\theta)}{M_c \cdot l} u_1 + \frac{\cos(\theta) \cdot \text{sen}(\theta)}{M_c \cdot l} u_2 \quad (2)$$

$$\ddot{l} = -\text{sen}(\theta)^2 \left( \frac{M_p}{M_c} \cdot g \right) - l \cdot \dot{\theta}^2 - g + g \cdot \cos(\theta) - \frac{1}{M_c} \text{sen}(\theta) u_1 + \left( \frac{\text{sen}(\theta)^2}{M_c} + \frac{1}{M_p} \right) u_2 \quad (3)$$



Modelo no lineal en espacio de estados.

Para calcular el modelo lineal del sistema se debe partir del modelo en espacio de estados no lineal donde se tienen en cuenta las ecuaciones (4), (5), (6) y (7), siendo  $u_1(t)$  la fuerza aplicada al motor que genera el movimiento horizontal y  $u_2(t)$  la fuerza aplicada al motor del desplazamiento vertical.

$$u(t) = F(t) \quad (4)$$

$$x_1(t) = \theta(t) \quad x_4(t) = \dot{\theta}(t) = \dot{x}_1(t) \quad (5)$$

$$x_2(t) = x(t) \quad x_5(t) = \dot{x}(t) = \dot{x}_2(t) \quad (6)$$

$$x_3(t) = l(t) \quad x_6(t) = \dot{l}(t) = \dot{x}_3(t) \quad (7)$$

Obteniendo respectivamente las ecuaciones (8), (9) y (10)

$$\ddot{x}_4 = -\frac{g}{x_3} \cdot \text{sen}(x_1) - \frac{2}{x_3} \cdot x_4 \cdot x_6 - \frac{M_p}{M_c \cdot x_3} \cdot g \cdot \cos(x_1) \cdot \text{sen}(x_1) - \frac{\cos(x_1)}{M_c \cdot x_3} u_1 + \frac{\cos(x_1) \cdot \text{sen}(x_1)}{M_c \cdot x_3} u_2 \quad (8)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{M_p \cdot g}{M_c} \cdot \text{sen}(x_1) - \frac{1}{M_c} u_1 + \frac{1}{M_c} \cdot \text{sen}(x_1) u_2 \quad (9)$$

$$\ddot{x}_6 = -\text{sen}(x_1)^2 \left( \frac{M_p \cdot g}{M_c} \right) - x_3 \cdot x_4^2 - g + g \cdot \cos(x_1) - \frac{1}{M_c} \text{sen}(x_1) u_1 + \left( \frac{\text{sen}(x_1)^2}{M_c} + \frac{1}{M_p} \right) u_2 \quad (10)$$

El modelo se puede describir a través de las ecuaciones (11), (12) y (13).

$$\dot{x}(t) = F(x, u) \quad (11)$$

$$y(t) = C \cdot x(t) \quad (12)$$

$$F(x, u) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ f_4(x_1, x_3, x_4, x_6, u_1, u_2) \\ f_5(x_1, u_1, u_2) \\ f_6(x_1, x_3, x_4, u_1, u_2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

#### E. Puntos de equilibrio

En el estudio de sistemas dinámicos, es necesario conocer su estabilidad bajo condiciones específicas y así determinar los puntos de equilibrio, para esto se requieren implementar las aproximaciones estipuladas en (14) y (15).

$$F(x, u) = 0 \quad (14)$$

$$x_4(t) = x_5(t) = x_6(t) = 0 \quad (15)$$

Con lo cual se obtienen los puntos de equilibrio dados por (16).

$$x_0^T = [0 \quad x_0 \quad l_0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (16)$$

Donde:

$$u_1 = 0$$

$$u_2 = 0$$

$$x_0, l_0 = \text{Cualquiera}$$

#### F. Linealización

Cuando un sistema está expresado en sus variables de estado y su función dada por (14) es no lineal, se puede obtener una linealización en una región acotada alrededor de los puntos de equilibrio hallados en (16), adquiriendo como resultado la ecuación (17).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{041} & 0 & a_{043} & 0 & 0 & 0 \\ a_{051} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{061} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{041} & 0 \\ b_{051} & 0 \\ 0 & b_{062} \end{bmatrix} U \quad (17)$$

Para lo cual:

$$a_{041} = -\frac{m_p g}{m_c x_{30}} - \frac{g}{x_{30}} + \frac{1}{m_c x_{30}} u_{20}$$

$$a_{043} = -\frac{u_{10}}{m_c x_{30}^2} \quad a_{051} = \frac{m_p g}{m_c} - \frac{1}{m_c} u_{20}$$

$$a_{061} = -\frac{1}{m_c} u_{10} \quad b_{041} = -\frac{1}{m_c x_{30}}$$

$$b_{051} = -\frac{1}{m_c} \quad b_{062} = -\frac{1}{m_p}$$

La salida del sistema está por la ecuación (18).

$$C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

### III. COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA

#### a. Controlabilidad

Para analizar la controlabilidad dada por el sistema lineal en el punto de equilibrio inestable, es necesario que la matriz de controlabilidad tenga rango estrictamente igual a 6. Se cumple la condición y por lo tanto el sistema es controlable en el punto de operación inestable, mostrada en (19).

$$C_0 = [B_0 \quad A_0 B_0 \quad A_0^2 B_0 \quad A_0^3 B_0 \quad A_0^4 B_0 \quad A_0^5 B_0] \quad (19)$$

#### b. Observabilidad

Para estudiar la observabilidad del sistema linealizado en el punto de equilibrio inestable, es necesario que la matriz de observabilidad tenga rango igual a  $n$ . El sistema es observable, se muestra en (20).

$$O_0^T = [C_0 \quad C_0 A_0 \quad C_0 A_0^2 \quad C_0 A_0^3 \quad C_0 A_0^4 \quad C_0 A_0^5] \quad (20)$$

## IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR

La estrategia de control utilizada se basa en realimentación de estados para estabilizar los puntos de equilibrio, para lo cual se tiene en cuenta el estudio realizado por [8] en su proyecto titulado "Anti sway system for a ship to shore crane"

Se considera el modelo lineal en torno a los puntos de operación genéricos dados por las ecuaciones (21) y (22), basado en la ecuaciones (17) y (18).

$$\dot{\tilde{X}}(t) = A_0(l)\tilde{X}(t) + B_0(l)\tilde{U}(t) \quad (21)$$

$$\tilde{Y}(t) = C_0\tilde{X}(t) \quad (22)$$

Con el fin de lograr la estabilización y control de seguimiento se propone el modelo de referencia descrito en (23) y (24).

$$\dot{\tilde{X}}_m(t) = A_m(l)\tilde{X}_m(t) + B_m(l)\tilde{\gamma}(t) \quad (23)$$

$$\tilde{Y}_m(t) = C_m\tilde{X}_m(t) \quad (24)$$

Donde  $\tilde{X}_m \in R^6$  es el vector de estados

del modelo y  $\tilde{\gamma}_m \in R^2$  es el vector comando.

Para llegar a este modelo se utiliza la ley de control mostrada en la ecuación (25).

$$U(t) = -KX(t) + G\gamma(t) \quad (25)$$

Para lo cual se tienen en cuenta las matrices (26) y (27).

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Al realizar un análisis comparativo de las ecuaciones (21), (22) y (23), (24) se obtiene la matriz  $K$  (26) con los siguientes resultados:

$$K_{15} = \frac{2.7\omega_{01}^3}{a_{051}b_{041} - a_{041}b_{051}}$$

$$K_{12} = \frac{\omega_{01}^2}{a_{051}b_{041} - a_{041}b_{051}}$$

$$K_{14} = \frac{2.1\omega_{01} - b_{051}K_{15}}{b_{041}}$$

$$K_{11} = \frac{3.4\omega_{01}^2 + a_{041} - b_{051}K_{15}}{b_{041}}$$

Dado que se desea hacer un controlador de seguimiento para la posición del carro y la longitud de la cuerda y a la vez estabilizar la oscilación del péndulo se debe escoger uno y que acoplen las señales de control para mantener un seguimiento, para lo cual se realiza:

$$b_{m51} = \omega_{01}^2$$

$$b_{m41} = \frac{1}{Mc \cdot l_0}$$

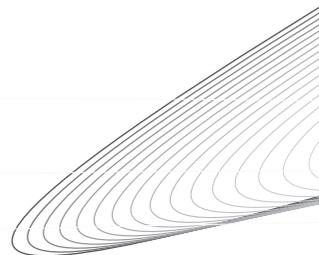
$$b_{m62} = \omega_{03}^2$$

De esta manera se logra desacoplar las dinámicas del carro y oscilación del péndulo de la dinámica de la cuerda.

## V. SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

### a. Lazo cerrado – implementación del controlador

Haciendo uso de Matlab – Simulink se presenta el diseño del controlador por realimentación de estados, éste se observa en la Fig. 4.



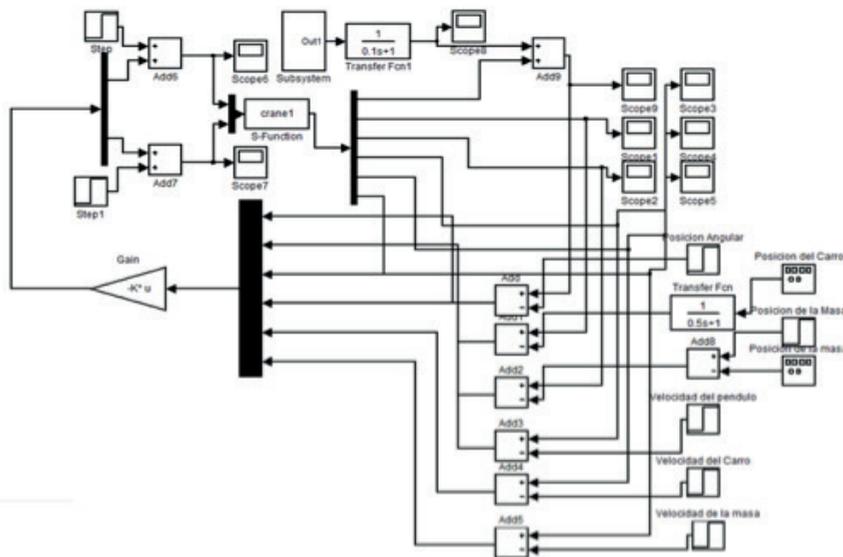
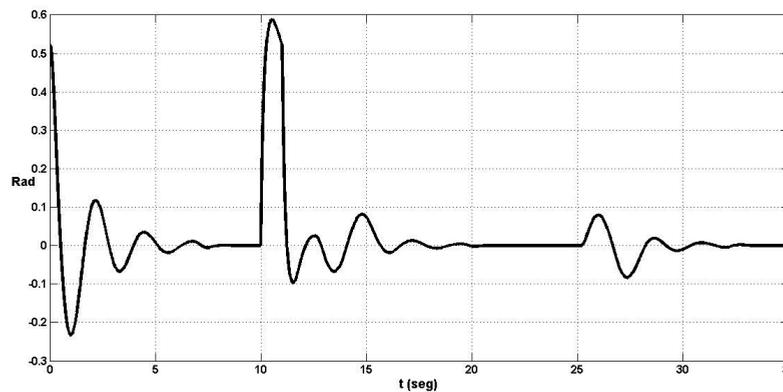


FIGURA. 4. CONTROLADOR IMPLEMENTADO EN SIMULINK

b. Resultados del controlador

El objetivo del controlador diseñado es la estabilización de la oscilación presente en la carga, en la Fig. 5 se observa cómo actúa el controlador al introducir una perturbación de diez segundos en la cual se desfasa la posición angular de la carga. La señal de control se encuentra dentro de los límites permisibles.

FIGURA 5. SEÑAL DE SALIDA DE LA POSICIÓN DEL ÁNGULO.



La perturbación introducida en el sistema también se ve reflejada en la respuesta de control de posición del carro, la cual sigue una señal de comando tipo onda cuadrada. La respuesta del controlador se observa en la Fig. 6.

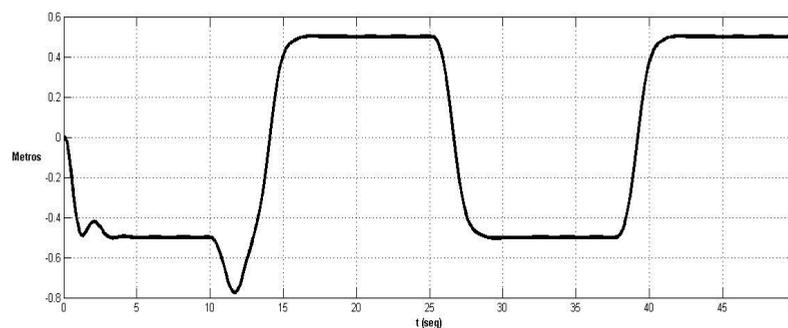


FIG. 6. RESPUESTA DEL CONTROL DE POSICIÓN DEL CARRO A UNA SEÑAL DE COMANDO TIPO ONDA CUADRADA.

La posición de la carga, para este caso 0.5 m no se ve afectada con la perturbación de la misma, como se observa en la Fig. 7. Debido a que la estrategia de control realiza un desacople entre la dinámica del carro y la oscilación con respecto a la posición de la carga.

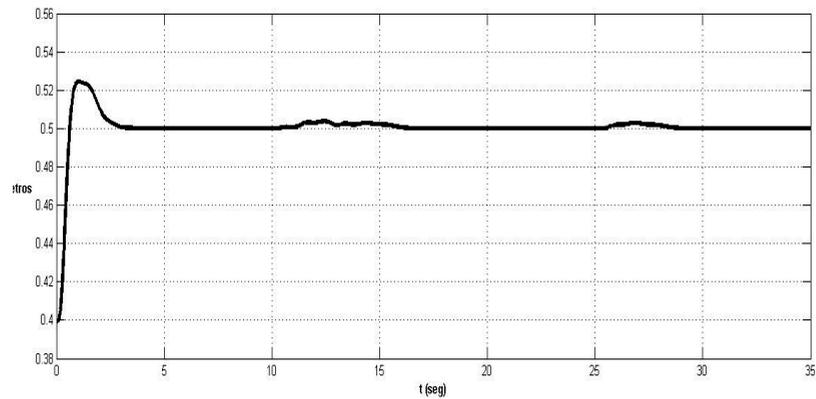


FIGURA 7. SEÑAL DE SALIDA DE LA POSICIÓN DE LA CARGA.

Las señales de control para el carro y la cuerda se presentan en las Fig. 8 y Fig. 9, respectivamente.

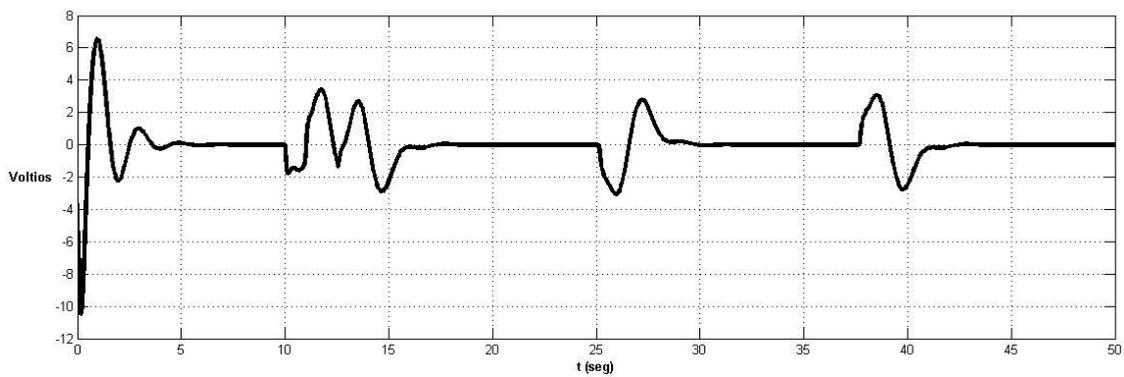


FIGURA 8. SEÑAL DE CONTROL PARA EL CARRO.

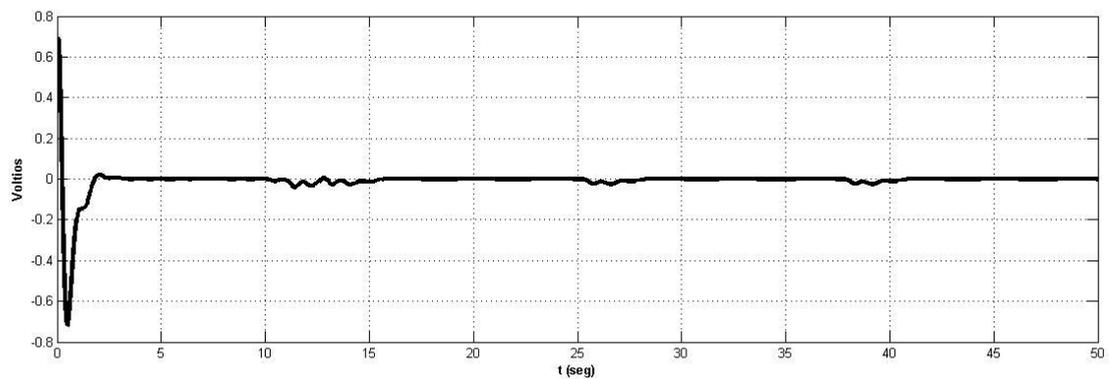
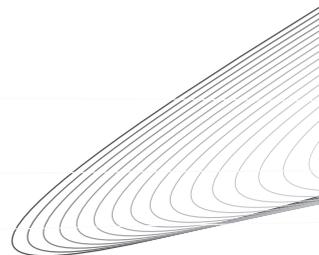


FIGURA 9. SEÑAL DE CONTROL PARA LA CUERDA.



Para el control del prototipo real se discretizaron las leyes de control desarrolladas anteriormente y se programaron en un DSP de Texas. El resultado que se obtuvo es que las señales de control están dentro de unos parámetros permitidos y dentro del rango de energía adecuado.

### c. Tiempo discreto

En las Fig. 10, 11 y 12 se observan las señales del prototipo para ángulo, posición 'x' y 'y' respectivamente en tiempo discreto.

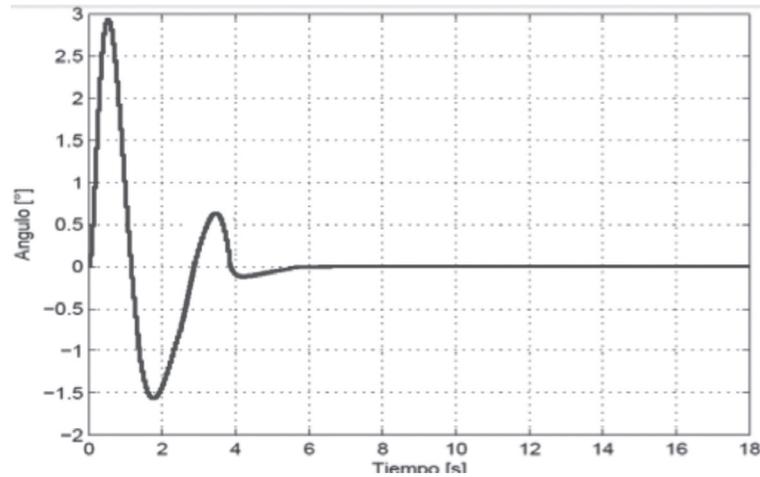


FIGURA. 10. ÁNGULO DEL PÉNDULO

Fuente: Autores.

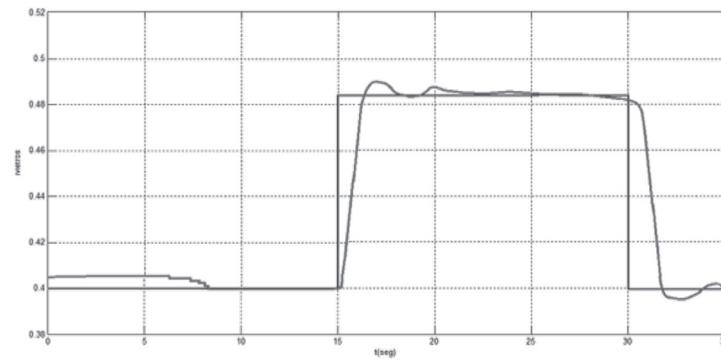


FIGURA. 11. LONGITUD DE LA CUERDA

Fuente: Autores.

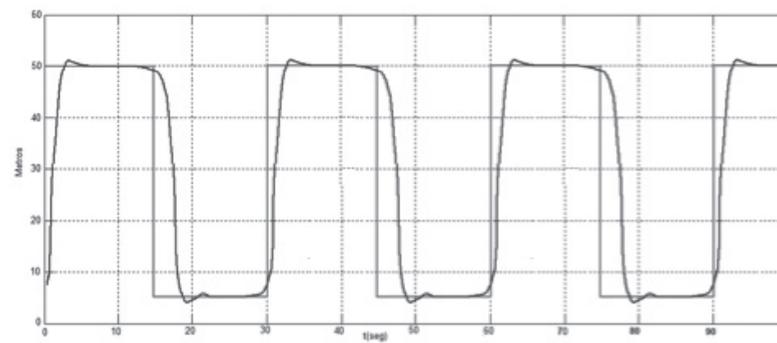


FIGURA. 12. POSICIÓN HORIZONTAL DEL CARRO.

Fuente: Autores.

## VI. CONCLUSIONES

Con la estrategia de control por realimentación de estados se logra desacoplar las dinámicas de la posición del carro y el ángulo con respecto a la posición de la carga, lo que permite un adecuado control "anti sway" de la misma.

Al implementar el sistema no lineal del puente grúa en el software Matlab mediante las ecuaciones que describen su dinámica se logra evaluar la respuesta a condiciones iniciales y perturbaciones para verificar la ley de control.

El diseño del controlador mantiene en equilibrio el movimiento de la carga al seguir señal específica de control para la posición del carro y de la masa.

## RECONOCIMIENTO

Este proyecto y la escritura de este artículo se realizó con el apoyo del grupo DSP-UPTC de la escuela de ingeniería electrónica de la UPTC sede seccional Sogamoso.

## REFERENCIAS

- Agudelo, C. (2007). Control de puente grúa por medio de un sistema inalámbrico.
- Beigel, B.; Hansen, A.; Juelsgaard, M. y Koldkjaer, P. (2009). Anti sway system of ship t shore crane.
- Betancur, C. (2008). Sintonización de un control óptimo cuadrático con computación evolutiva para un puente grúa.
- Salamanca, J. (2013) Diseño de estrategias de control para seguimiento de modelos de referencia utilizando técnicas de espacio de estados y métodos algebraicos.
- Sánchez, J. (2003). Control de oscilaciones en grúas viajeras con reguladores fuzzy.
- Torres, I. (2006). Control de un eje para una grúa viajera.
- Torres, I.; Huertas, P. y Rodríguez, J. (2009). Control de movimiento de una grúa viajera utilizando el control vectorial método indirecto de un motor de inducción.
- Toxqui, R. (2006). Control con anti-oscilación para una grúa en tres dimensiones en tiempo real.
- Valera, J. (2006). Aplicación de técnicas neuro - genéticas en la resolución del problema de control cinemático en un puente grúa.

