



<http://www.topografiajg.com/project/puentes-peatonales-transmilenio-n-q-s-norte/>

Predicción del Comportamiento de Puentes Peatonales debido a la Actividad Humana, usando Modelos de Computador

Cala M. Jonathan
Villar G. Katherine

Predicción del Comportamiento de Puentes Peatonales debido a la Actividad Humana, usando Modelos de Computador

CALA M. Jonathan
Seringtec SAS
ingjonathancala@gmail.com

VILLAR G. Katherine
Universidad Pedagógica y Tecnológica
alejavillar@gmail.com

Resumen: El presente artículo tiene como fin describir la evaluación de las vibraciones causadas por la actividad humana sobre un puente peatonal, usando software comercial de manejo diario en las oficinas de ingeniería. Con esto se busca obtener resultados más confiables para formas irregulares y estructuras complejas, ya que los métodos empleados en la actualidad por algunas firmas no describen de manera correcta el fenómeno. En el artículo se da una breve introducción al problema de las vibraciones de baja frecuencia: se describe cómo estas son generadas por el caminar humano y, a su vez, afectan la estructura del puente peatonal. Luego, de manera somera y conceptual, se explica el método comúnmente usado por los ingenieros para la evaluación del efecto de las vibraciones y las limitaciones este. Finalmente se procede a describir cómo mediante el uso del software SAP2000® y la realización de buenas técnicas de modelación y elementos finitos es posible obtener resultados confiables y que acompañen de manera directa el proceso de diseño.

Palabras clave; elementos finitos, frecuencia fundamental, puentes peatonales, respuesta dinámica, software SAP2000®, vibraciones.

Abstract: The present article is intend to describe the evaluation of the vibrations caused by the human activity over a footbridge using a commercial software for daily use trying to obtain more accurate results for irregular forms and complex structures because the methods used now by some companies don't describe in a truly way the phenomenon; in the article it's found a little introduction to the problem of the low frequency vibrations describing how this are generated by the human walking and at the same time affects the structure of the footbridge and why at the end this are turned into a matter of bother for the users. After in a simply and conceptual way it's explained the most common method used by the engineers for the evaluation of the vibrations effect and the limitations of the same. Finally it's proceeded to describe how with the use of the software SAP2000® possible the analysis and design package most used of the country, and the use of good modeling techniques and finite elements it can be accomplished good and confinable results that go in a direct way with de design procesessebe.

Keywords: finite elements, fundamental frequency, Footbridges, dynamic response, SAP2000®, Vibrations.

1. Introducción

Las vibraciones de servicio del piso se han convertido en un área de interés en los años recientes. Los puentes peatonales de largas luces, realizados en sistemas metálicos o de suspensión, pueden presentar a menudo vibraciones de piso debido al caminar humano; esto puede resultar en un piso que no cumple su propósito. Existen un significativo número de guías que exponen análisis con fórmulas simplificadas para estos pisos; sin embargo, los métodos simplísticos muestran regularmente ser imprecisos e inapropiados. La alternativa metodológica aquí planteada es el análisis de elementos finitos (FEA), el cual es considerado, por lo general, como el método más preciso.

Cuando las personas caminan sobre los pisos, las escaleras, los puentes u otras estructuras, aplican fuerzas dinámicas que causan vibración. La amplitud del desplazamiento por vibración es, por lo general, bastante pequeña, no perceptible visualmente o significativa en términos de integridad estructural; sin embargo, a menudo puede ser sentida por las personas si es excesiva, lo cual puede ser un factor de distracción y detrimento para la calidad percibida de la estructura. La vibración puede también afectar el funcionamiento de equipos sensibles en edificios, como laboratorios y similares.

El punto central de esta investigación es desarrollar una técnica de modelado por computador para



Figura 1: Puente del Milenio
Fuente: Wikipedia.org (s.f)

predecir la frecuencia fundamental de vibración y la aceleración pico efectiva, debido a la excitación por la actividad humana para un puente peatonal. La mayor parte de las guías se enfocan en obtener estos valores, debido a que estos dos parámetros son directamente relacionables con las fuerzas aplicadas y las sensaciones percibidas por el peatón.

2. ¿Por qué estudiar las vibraciones?

Una estructura, además de dar refugio, debe garantizar confianza y comodidad en sus usuarios. El estado de la cultura ha relacionado la percepción de las personas con las deflexiones de un entrepiso y la estética de las particiones frágiles; sin embargo, recientemente se ha visto que la percepción humana a ciertos movimientos o fuerzas puede generar la misma, o más, incomodidad.

Recientemente se ha visto cómo las estructuras nuevas, realizadas con nuevos materiales y de calidades mayores, han generado sistemas propensos a la vibración ante bajas frecuencias de excitación, muy similares a las producidas por el caminar humano, lo que provoca que para ciertos modos de vibración el piso de la estructura entre en resonancia. Este fenómeno también ocurre en estructuras antiguas, a medida que van perdiendo rigidez con el paso del tiempo y tiene más uso (figuras 1 y 2).

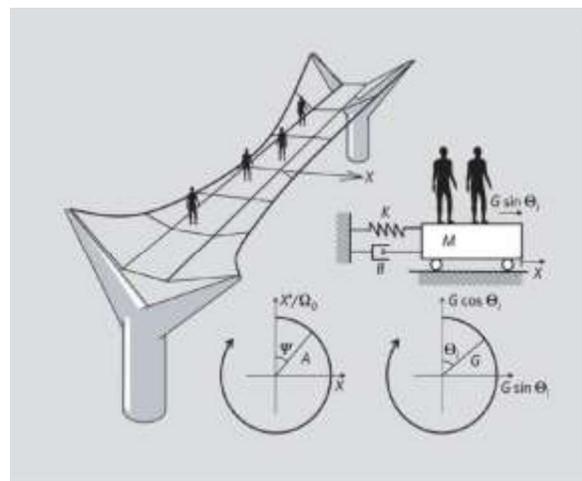


Figura 2: Modelo matemático del sistema de Puente del Milenio
Fuente: Nature.com (s.f)

Y así como el puente del milenio, también se encuentran un buen número de estructuras que hoy carecen de un adecuado diseño para la previsión de este fenómeno de resonancia por pequeñas vibraciones. Por ello se ve la necesidad de usar un método para revisar de manera precisa el comportamiento dinámico de una estructura, en este caso, de un puente peatonal ante las vibraciones causadas por la actividad humana.

3. Descripción del Fenómeno

Cuando la gente camina sobre los pisos, las escaleras, los puentes o cualquier estructura, aplica fuerzas dinámicas que causan que las estructuras vibren. La amplitud del desplazamiento por la vibración es, por lo general, muy pequeña (micrómetros antes que milímetros), no es perceptible visualmente o no es significativa en términos de integridad estructural; sin embargo, puede ser percibida regularmente por la personas, y si es excesiva, puede ser un parámetro para desestimar la integridad de una estructura. Para determinar

cómo una estructura responde a las fuerzas inducidas por el caminar humano, es necesario entender lo siguiente: la fuerza aplicada a la estructura, las propiedades dinámicas de la estructura y la respuesta de la estructura a las cargas aplicadas, como se desarrolla a continuación.

Fuerzas debidas a las pisadas:

Las fuerza dinámicas aplicadas al piso por una persona caminando pueden ser medidas directamente con experimentos, usando platinas de fuerza o plataformas instrumentadas; por ejemplo, en la figura 3 se muestran cuatro medidas de diferentes tipos de pisadas. Estos registros muestran el componente de la fuerza aplicada a una estructura por los dos pies, durante un periodo de varias caídas de tacón (*heel drop*). Una caminata normal tiene un ritmo entre 1,5 y 2,5 pasos por segundo. En estas medidas se sustrajo el peso del individuo, debido a que este no varía con el tiempo y, por lo tanto, no induce respuesta dinámica.

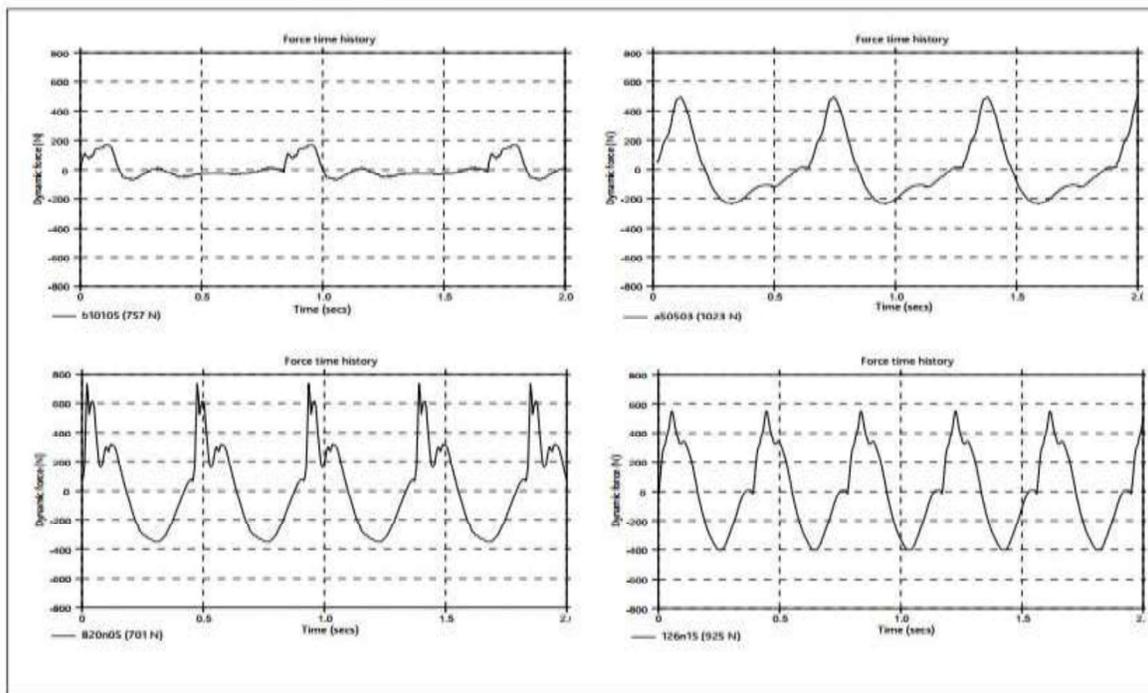


Figura 3: Ejemplos de diferentes funciones de pisadas
Fuente: Willford Young (2006).

Las cuatro gráficas de tiempo e historia son bastante diferentes, tanto en su forma como en su magnitud. Investigaciones extensivas han mostrado que los factores que contribuyen a esta variación incluyen el peso, el género, el tipo de calzado, la altura, la superficie sobre la que se camina y la velocidad a la que se camina. Dada esta variabilidad, no hay una sola fuerza que se ajuste y pueda ser usada para calcular la respuesta estructural; en cambio es apropiado adoptar valores que sean estadísticamente representativos y arbitrarios, pero con una probabilidad de excedencia conocida.

Propiedades dinámicas de la estructura:

Todas las estructuras tienen lo que conocemos como *modos naturales de vibración*, y cada uno de estos modos tiene una única distribución espacial de los desplazamientos (conocido como la *forma modal*), frecuencia natural de vibración, masa modal y amortiguamiento modal asociado con este. Los modos naturales son la forma o patrón preferido de una estructura, o el modo en el que esta vibrará si es excitada por un impacto repentino. La figura 4 es un ejemplo de la anterior descripción.

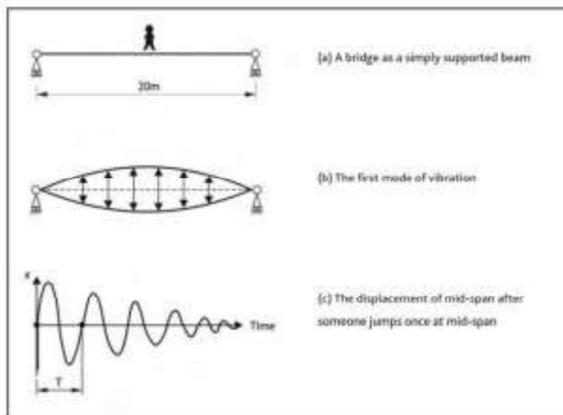


Figura 4: Excitación, vibración y respuesta
Fuente: Willford Young (2006).

En el caso de un puente, tiene muchos modos de vibración vertical. En la figura 5 se muestran algunos de estos modos. Un modo puede ser excitado por fuerzas aplicadas en una posición de desplazamiento nulo en el modo. En este caso, mientras el primero y el tercer modo de vibración pueden ser excitados por un salto en la mitad de la luz, el segundo solo sería excitado si una persona salta en otro lugar del puente.

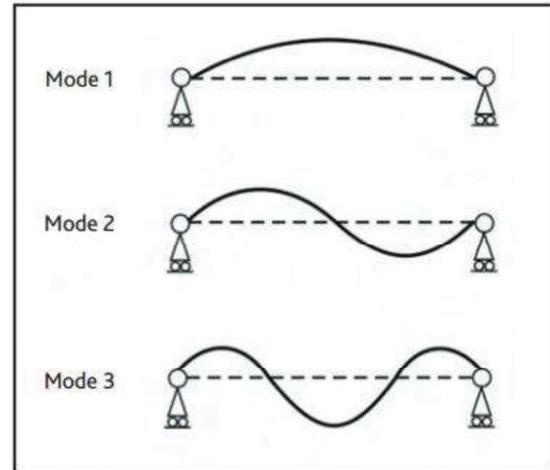


Figura 5: Tres primeros modos de vibración de un puente de una luz

Fuente: Willford Young (2006).

En vez de saltar en el puente, la persona descrita anteriormente prefiere caminar a través de este. Una vez hace esto, la persona aplica una carga periódica dinámicamente variable, como las de la figura 3, y el puente responde dinámicamente a esta en función del tiempo y de la fuerza. La respuesta del puente a la aplicación repetitiva de esta fuerza depende de varios factores; los más importantes son la rigidez y la masa del puente, el amortiguamiento del puente y el radio (r) de la frecuencia natural de vibración del puente (f_n) a la frecuencia de andar (f_w) (figura 6).

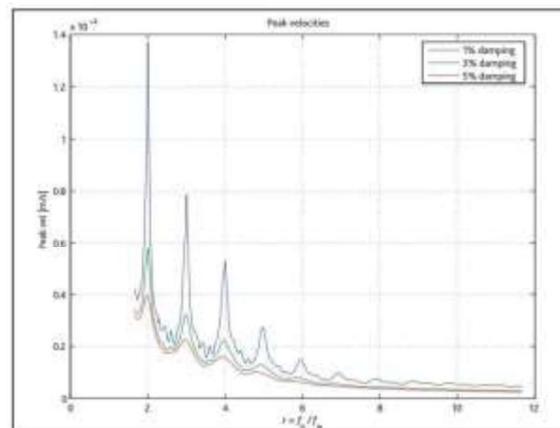


Figura 6: Picos de aceleración para r
Fuente: Willford Young (2006).

En general, la respuesta de vibración se reduce a medida que r aumenta; sin embargo, hay picos en los espectros de respuesta, en particular cuyos valores de r son cercanos a 1,0, donde la tasa de pisadas iguala la frecuencia natural del modo, y el modo responde entrando en resonancia con el primer armónico de la fuerza de la pisada. Si r es cercano a

2,0, el modo responde resonante al segundo armónico de la fuerza de la pisada, y así sucesivamente (figura 7).

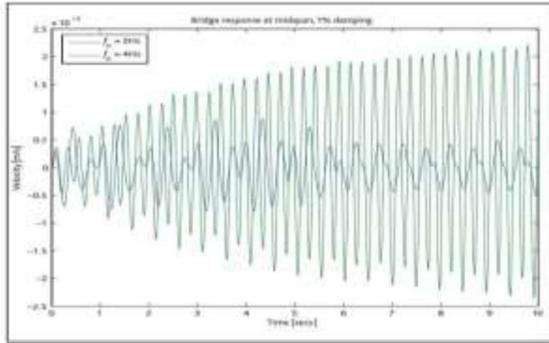


Figura 7: Respuesta transitoria y resonante
Fuente: Willford Young (2006).

El anterior análisis genérico muestra que una persona puede caminar a una tasa tal que sea factor del 1, 2, 3 o 4 menos que la frecuencia natural de un modo; entonces, la resonancia es posible, y esto llevaría a unos niveles de vibración mayores que caminar ligeramente a diferentes tasas de pisadas. Para valores de r mayores que 4,2, hay una tendencia general a decrecimiento de la respuesta con altas frecuencias estructurales, pero hay poca evidencia de respuesta resonante y de menor sensibilidad para un valor exacto de r .

Como las tasas típicas de pisadas varían entre 1,5 Hz y 2,5 Hz, entonces cualquier estructura con frecuencias modales entre 1,5 Hz y 10,5 Hz es potencialmente susceptible a altas respuestas, debido a la resonancia. Para modos estructurales con frecuencias suficientemente altas, estas no pueden ser excitadas por el cuarto armónico, por ejemplo, frecuencias naturales superiores a los 10,5 Hz; entonces, las vibraciones no superarán de manera significativa debido a una simple pisada. Si el amortiguamiento es bastante pequeño, entonces, en teoría, la resonancia en el quinto y sexto armónico podría producir una alta respuesta, pero esto no es de interés usualmente práctico, debido a que las pisadas sucesivas no son completamente idénticas y esto reduce la magnitud de los armónicos altos.

4. Metodologías de Calculo usadas Actualmente

Guía 11 AISC/CISC: “Vibraciones del piso debido a la actividad humana”: La DG 11 contiene métodos de cálculo simples para uso

manual, con el fin de evaluar las vibraciones de servicio de pisos en términos de aceleración pico y frecuencia. De manera simplificada, cada porción (definida como un área rectangular entre cuatro o más columnas) dentro del sistema de piso que tenga un único marco, es evaluado usando los procedimientos de la DG 11 para la excitación por caminar. Cada evaluación consta de dos partes de cálculo: una determina la frecuencia fundamental de la porción en estudio y la otra determina la máxima amplitud de la aceleración. La evaluación resulta de comparar la aceleración pico esperada con los niveles de tolerancia humana. La siguiente desigualdad representa esta comparación:

$$\frac{a_o}{g} \geq \frac{a_p}{g} = \frac{P_o e^{-0.35 f_n}}{\beta W} \quad [1]$$

Donde a_o/g es la tolerancia humana de la aceleración pico en fracción de la gravedad; a_p/g es la aceleración pico estimada debido a la excitación por caminar (como fracción de la gravedad); P_o es una fuerza constante; f_o es la frecuencia fundamental del sistema; β es el coeficiente de amortiguamiento modal, y W es el peso efectivo del sistema. Los parámetros individuales envueltos en la evaluación son discutidos más adelante, pero no serán explicados más allá de los límites de esta investigación.

La percepción humana: La respuesta humana al movimiento del piso es una forma de percepción compleja, que involucra una variedad de factores ambientales, particularmente de la magnitud y la duración de movimiento, las señales visuales o audibles, la actividad o la ausencia de ella (Hanes,1970). En general, los estudios de la percepción humana y la tolerancia a las vibraciones indican que la aceleración es el mejor indicador global del potencial de incomodidad de los humanos, debido a los movimientos del piso (Ellingwood, 1989).

Los criterios de diseño de la DG 11 están basados en la información mostrada en la figura 8, que fue desarrollada usando la línea base de límites de aceleración recomendados por la Organización de Estándares Internacionales (ISO 2631-2, 1989), los cuales fueron ajustados por la ocupación pretendida y la experiencia (Allen y Murray, 1993).

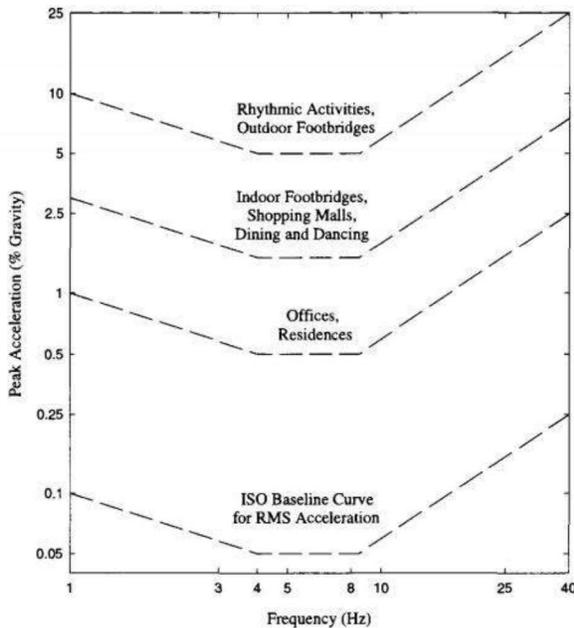


Figura 8: Aceleración pico recomendada para la comodidad humana, debido a las actividades de las personas
Fuente: Murray, Allen y Ungar (1997).

El umbral inferior, dentro del rango de frecuencias de 4 a 8 HZ, puede ser explicado por estudios en los que se muestra cómo los humanos son particularmente sensibles a vibraciones con frecuencias entre los 5 y los 8 Hz, que es el rango que corresponde a las frecuencias naturales de muchos de los órganos principales del cuerpo (Griffin, 1990; Murray, 1991).

Respuesta de la aceleración: La expresión para estimar la aceleración pico mostrada en la ecuación [1], fue determinada modelando una porción de un piso con algo del correspondiente piso efectivo como un sistema simplificado de masa-resorte-amortiguador llevado a su frecuencia natural por una fuerza armónica efectiva debido al caminar, resultando en una respuesta resonante.

El término de la fuerza armónica efectiva $P_0 e^{-0.35fn}$ de la Ecuación 1 está basado en una fuerza repetida representativa que depende del tiempo, de una persona que camina a través de un piso, $F(t)$, como una serie de Fourier o una combinación de fuerzas sinusoidales, compuestas de los armónicos del caminante.

$$F(t) = P \left[1 + \sum_i \alpha_i \cos(2\pi i f_{step} t + \phi_i) \right] \quad [2]$$

Donde P es el peso de la persona aproximadamente 157 lbs según el DG 11; α_i es el coeficiente dinámico para el componente armónico i de la fuerza; f_{step} = Frecuencia de paso de la persona caminando; t es tiempo, y ϕ es el ángulo de fase del armónico.

La DG 11 asume que solo uno de los componentes armónicos de la ecuación [2] será asociado con la frecuencia natural del piso. Así se incita la respuesta resonante de ese modo; además, la respuesta debida a los otros armónicos de la frecuencia de pasos era pequeña en comparación. Entonces, el componente armónico de la fuerza dependiente del tiempo, correspondiente a la frecuencia natural del piso es:

$$F_i(t) = P \alpha_i \cos(2\pi i f_{step} t) \quad [3]$$

La DG 11 sugiere los coeficientes dinámicos para la excitación por caminar (tabla 1). Estas relaciones de paso fueron simplificadas aproximando pasos a varios rangos de frecuencia por el término.

Armónico	Persona caminando	
i	F (Hz)	α_i
1	1.6-2.2	0.5
2	3.2-4.4	0.2
3	4.8-6.6	0.1
4	6.4-8.8	0.05
α_i Es la fuerza pico sinusoidal dividida entre el peso de la persona(s)		

Tabla 1: Frecuencias forzantes comunes y coeficientes dinámicos

Fuente: Guía No 11 AISC/CISC: "Vibraciones del piso debido a la actividad humana"

La función de respuesta resonante presentada en la DG 11, resultante de la componente simple de la fuerza armónica causante de la respuesta resonante, tiene esta forma:

$$\frac{a}{g} = \frac{R \alpha_i P}{\beta W} \cos(2\pi i f_{step} t) \quad [4]$$

Donde a/g es la aceleración del piso, expresada como fracción de la gravedad; R es un factor de reducción, tomado como 0,5 para estructuras de piso con formas modales en dos direcciones. Se tiene en cuenta el hecho de que el movimiento totalmente estacionario no se logra por caminar y que una persona caminando y la persona a la que incomoda la señal no están simultáneamente en la localización del máximo desplazamiento modal. Esta expresión para la aceleración de estado estacionario, debido a

la resonancia armónica, está dada por Rainer y Swallow (1988) y Allen y Murray (1993).

Para los propósitos de evaluación, la ecuación [4] se reduce a la aceleración pico de la parte de la derecha de la ecuación [1], donde el numerador $P_0 e^{-0.35fn}$ es solo una expresión simplificada que contiene el peso de 157 libras de una persona, el factor de reducción de 0,5 mencionado anteriormente y los coeficientes dinámicos en la forma de $\alpha=0,83e^{-0.35fn}$, y que puede ser visto como la fuerza armónica efectiva aplicada en el punto medio de la porción que representa las fuerzas generadas por una persona caminando.

5. Frecuencia de Estimación del peso Efectivo

Los procedimientos de la DG 11 para predecir la frecuencia natural de un sistema de piso para pasar a usar la ecuación [1] consisten en una serie de cálculos para la frecuencia de paneles sobre viguetas y vigas simplemente apoyadas, y finalmente una combinación de estos para representar la frecuencia de un sistema, f_n , usando la relación de Dunkerly:

$$\frac{1}{f_n^2} = \frac{1}{f_j^2} + \frac{1}{f_g^2} \quad [5]$$

Donde f_j y f_g son las frecuencias fundamentales de los paneles de las viguetas y las vigas, respectivamente.

Ahora bien, aunque aquí no se muestren las ecuaciones para frecuencias individuales de los paneles, el procedimiento consiste en determinar la máxima deformación estática de la vigueta o de la viga. Se asumen como si estuviera uniformemente cargada, simplemente apoyada, y ello mostrará una acción compuesta entre el sistema de tablero o losa y los miembros de acero, suponiendo que están en contacto continuo, sin importar que el piso haya sido diseñado con conectores compuestos. Las suposiciones posteriores se basan en los desplazamientos extremadamente pequeños que se presentan en la vibración de piso, en los que las fuerzas con cortante resultantes en la interfaz entre la losa y los miembros son resistidos por los puntos de soldadura de la construcción o por la fricción.

La DG 11 recomienda, para el cálculo del momento transformado de inercia del panel de viguetas y vigas, que el módulo de elasticidad sea tomado como 1,35 veces el actual respecto al estándar estructural

actual, como se muestra en la ecuación [6], para tomar en cuenta la mayor rigidez del concreto sobre la lámina colaborante bajo cargas dinámicas:

$$E_c = w^{1.5} \sqrt{f_c'} \quad [6]$$

Donde E es el módulo de elasticidad del concreto (ksi), W es el peso unitario del concreto (lb/fts) y f_c' es la resistencia a la compresión del concreto (ksi).

Adicionalmente, hay límites recomendados para los anchos efectivos de la losa de concreto que difieren de los que se usan en el diseño por resistencia. Para vigas y viguetas, el ancho efectivo se toma como el espaciamiento de los miembros, pero no mayor a 0,4 la luz del miembro. Esta limitación se corta a la mitad para miembros de borde, donde el ancho efectivo es la mitad del espaciamiento adyacente más el borde de la viga de borde, pero no más que 0,2 la luz del miembro.

Los últimos dos parámetros requeridos para el lado derecho de la ecuación [1], para estimar la aceleración pico efectiva, son el peso efectivo de W y el amortiguamiento modal. La DG 11 señala una serie de cálculos usados para determinar el peso efectivo del panel del sistema como una función de la rigidez relativa de los componentes, de factores de continuidad y geometría del piso.

Mientras no sea medido, el amortiguamiento modal debe ser estimado basado en la experiencia y en los valores recomendados para las condiciones finales del piso evaluado. Para puentes peatonales externos, la DG 11 recomienda un valor de 0,1.

6. Ejemplo de Aplicación

Para mostrar cómo determinar de manera aproximada el efecto de la vibración de un peatón sobre un puente, se utilizó el *software* SAP2000®, del cual se expondrán a continuación los pasos más importantes. Este estudio se efectuó sobre un puente de la Ruta del Sol a la altura de Ibagué. El puente está constituido en su mayoría por elementos tipo frame, con características de sección transversal de IPE 240 para las vigas transversales y las de carga, con calidad acero ASTM A572 Gr50, los pendolones con tuberías cuadrada de 200 × 7 y los arcos con tubería de 300 × 400 × 5 en calidades A500 GrC, como se puede evidenciar en las figuras 9, 10 y 11.



Figura 9: Vista general del puente de la ruta del Sol a la altura de Ibagué
Fuente: Autores



Figura 10: Vista inferior del puente de la ruta del Sol a la altura de Ibagué
Fuente: Autores



Figura 11: Puente sobre la vía de Ibagué, al cual se aplicó el estudio
Fuente: Autores

El tablero está constituido por una lámina colaborante calibre 3, con un espesor total de 12 cm. La *l_{sa}* se dibuja sobre los elementos tipo frame con las propiedades generadas de la sección compuesta. Se tiene en cuenta la acción compuesta entre la losa de concreto y la lámina colaborante, y se desfasó los centroides de las vigas de transferencia para considerar la sección compuesta.

Ahora bien, para tomar en cuenta las características dinámicas del concreto, se utilizan las condiciones de la DG 11: aumentar el módulo de elasticidad del concreto en función de esto. Cada paso que da el peatón en su recorrido debe ser modelado como una carga puntual, aproximadamente, en el lugar donde esta se va a dar. En este caso se dividió la malla para empatar con la mitad de la distancia de un paso promedio que está entre 70 cm y 100 cm.

El análisis de vibraciones se hace obteniendo frecuencias del sistema o, lo que es igual, resolviendo el problema de los valores propios. Para este fin se hace un análisis modal y se tienen en cuenta aquellos modos en que la frecuencia esté entre 1 y 15 Hz, que son frecuencias en las que puede entrar a razonar el sistema, debido a la frecuencia de paso.

El peso de la persona y la acción dinámica de esta se tienen también en cuenta. Así, se crea un registro de tiempo-historia, en el que se simula una carga de caída de talón. Aquí se somete un punto de impacto producido por una persona que se deja caer sobre sus talones. Esto ha demostrado promediar de manera efectiva el caminar cíclico de una persona mediante un impacto pseudoestacionario.

La creación del caso de análisis de tiempo-historia llega a la conclusión de todos los pasos de carga originados, a los que se les asigna como función de carga el pulso de la caída de talón, y cada paso se indica con un tiempo de llegada, posterior del anterior. Estos tiempos deben coincidir aproximadamente con el recorrido que hace el peatón en el puente.

Para hacer un análisis rápido, se pueden tener en cuenta solamente los desplazamientos verticales y las rotaciones en X y Y (figura 12).

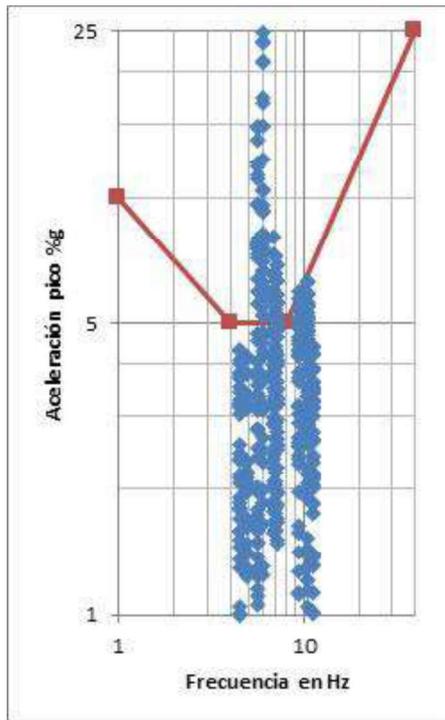


Figura 12: Esquema de la vibración en el puente
Fuente: Autores

Finalmente se pueden obtener los resultados de la aceleración para diferentes frecuencias y diferentes grados de amortiguamiento, así como la respuesta para la excitación en cada punto. Por último se puede transformar la aceleración en función de la gravedad y compartir con los límites permitidos para determinar el nivel de cumplimiento de estos (figura 13).

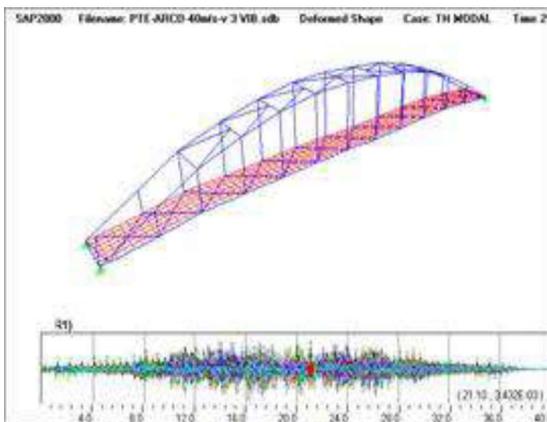


Figura 13: Niveles de Tolerancia
Fuente: Autores

7. Conclusiones

El uso de modelos de computador para la predicción del comportamiento de los efectos de las vibraciones sobre estructuras, en este caso puentes peatonales, tiene bastante confiabilidad y permite evaluar formas irregulares y efectos inesperados por el tránsito humano. Se deben tomar en cuenta las características de la sección compuesta en la estructura y, además, con la mayor precisión posible, la posición de cada elemento estructural, así como la interacción con los elementos no estructurales.

Si se modela una porción de la estructura, se debe tener cuidado con la selección de las condiciones de borde, así como la masa desplazada. Es mejor hacer el sistema completo. Posiblemente el parámetro más difícil de manejar en el estudio de las vibraciones es el amortiguamiento de la estructura. Las correctas técnicas de modelaje permiten llevar resultados más acertados, saber manejar un programa de cálculo no hace exactamente a la persona ingeniero.

8. Referencias

- Allen, D. E. y Murray, T. M. (1993). Design criterion for vibrations due to walking. *AISC Engineering Journal*, 30(4), 117-129.
- Alvis, S.R. (2001). *An experimental and analytical investigation of floor vibrations* (tesis de maestría). Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
- Bachmann, H. et al. 1995). *Vibration problems in structures: practical guidelines*. Basel: Birkhäuser Verlag.
- Band, B. S. Jr. (1996). *Several vibration performance aspects of joist and joist-girder supported floors* (tesis de maestría). Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
- Beavers, T. A. (1998). *Fundamental natural frequency of steel-joist supported floors* (tesis de maestría). Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
- Blakeborough, A. y Williams, M. S. (2003). Measurement of floor vibrations using a heel drop test. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings*, 156, 367-371.
- Boice, M. D. (2003). *Study to improve the predicted response of floor systems due to*

- walking (tesis de maestría). Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
- Computers & Structures (2004). *SAP2000: Linear and nonlinear static and dynamic analysis and design of three-dimensional structures. User's manuals*. Berkeley: Autor.
 - Davis, D. B. y Murray, T. M. (2007). *Comparisons of measured natural frequencies and walking accelerations to design guide predictions. Proceedings of the experimental vibration analysis for civil engineering structures*. Porto.
 - El-Dardiry, E., Wahyuni, E., Ji, T. y Ellis, B.R. (2002). Improving FE models of a long-span flat concrete floor using frequency measurements. *Computers and Structures*, 80, 2145-2156.
 - Ellingwood, B. (1989). Service ability guide lines for steel structures. *AISC Engineering Journal*, 26(1), -8.
 - Falati, S. (1999). *The contribution of non-structural components to the overall dynamic behaviour of concrete floor slabs* (tesis doctoral). Oxford: Universidad de Oxford.
 - Griffin, M. J. (1990). *Handbook of human vibrations*. Londres: Elsevier Press.
 - Hanes, R. M. (1970). *Human sensitivity to whole-body vibration in urban transportation systems: a literature review*. Maryland: The John Hopkins University.
 - Hicks, S. J., Lawson, R. M. y King, C. M. (2000). *SCI RT803: Design guide for vibrations of long span composite floors*. Ascot: Steel Construction Institute.
 - Kerr, S. C. (1998). *Human induced loading on staircases* (tesis de doctorado). Londres: Universidad de Londres.
 - Murray, T. M. (1979). Acceptability criterion for occupant-induced floor vibrations. Recuperado de <http://goo.gl/3KZgZQ>
 - Murray, T. M. (1991). Building floor vibrations. *AISC Engineering Journal*, 28(3), 102-109.
 - Murray, T. M., Allen, D. E. y Ungar, E. E. (1997). *Steel Design Guide Series 11: Floor vibrations due to human activity*. Chicago, Illinois: American Institute of Steel Construction (AISC).
 - Murray, T. M. y Boice, M. D. (2006). *How accurate are current floor vibration procedures*. Chicago, Illinois: American Institute of Steel Construction (AISC).
 - Organización Internacional de Normalización (1989). Evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 2: Human exposure to continuous and shock-induced vibrations in buildings (1 to 80 Hz). *International Standard ISO 2631-2*.
 - Pavic, A. y Reynolds, P. (1999). Experimental assessment of vibration serviceability of existing office floors under human-induced excitation. *Experimental Techniques*, 23(5), 41-45.
 - Perry, J. D. (2003). *A study of computer modeling techniques to predict the response of floor systems due to walking* (tesis de maestría). Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
 - Rainer, J. H. y Swallow, J. C. (1986). Dynamic behavior of a gymnasium floor. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 13, 270-277.
 - Reynolds, P. y Pavic, A. (2000a). Impulse hammer versus shaker excitation for the modal testing of building floors. *Experimental Techniques*, 24(3), 39-44.
 - Reynolds, P. y Pavic, A. (2000b). Quality assurance procedures for the modal testing of building floor structures. *Experimental Techniques*, 24(4), 36-41.
 - Sladki, M.J. (1999). *Prediction of floor vibration response using the finite element method*. Blacksburg: Polytechnic Institute and State University.
 - Young, P. (2001). Improved Floor Vibration Prediction Methodologies. *Proceedings of Arup Vibration Seminar on Engineering for Structural Vibration –Current Developments in Research and Practice*. Londres: Institution of Mechanical Engineers.
 - Willford, M. y Young, P. (2006). A design guide for footfall induced vibration of structures. *The Concrete Centre Publication*, 8(12).
 - Willford, M., Field, C. y Young, P. (2006). Improved Methodologies for the Prediction of Footfall-Induced Vibration. *Proceedings of the 2006 Architectural Engineering National Conference, ASCE*. Reston, Virginia.