Fuente: http://www.geometrica.com/es/system

Método Matricial para el Análisis de Armaduras Planas y Espaciales

Silva V. Gabriel Santiago

Método Matricial para el Análisis de Armaduras Planas y Espaciales

SILVA V. Gabriel Santiago
Universidad Santo Tomás de Aquino – Bogotá
gabrielsilva @usantotomas.edu.co
Magister en Estructuras

Resumen: En la formación del ingeniero civil, más específicamente del ingeniero estructural, se aprenden diferentes métodos para el análisis de armaduras, desde el curso de Estática, con los métodos de los Nodos y el de las Secciones, y luego en el curso de Análisis Estructural, con algunos métodos más avanzados de fundamento energético o de rigidez. En el presente artículo se propone un método alternativo que utiliza los principios del equilibrio estático y que por la manera como se desarrolla, se convierte en un procedimiento práctico, eficiente y de gran alcance al momento de analizar armaduras ya sea que se aplique desde el curso de estática o el de Análisis Estructural, llamado Método Matricial para Análisis de Armaduras Planas y Espaciales. La metodología se basa en el equilibrio estático de cada uno de los nudos y que al tomar las reacciones y las fuerzas en los elementos como incógnitas, provee un sistema de ecuaciones que se puede resolver a través de métodos matriciales. Copyright © L'sprit Ingenieux

Palabras clave: Armadura, matricial, procedimiento, plana, espacial

Abstract:
In the formation of the civil engineer, more specifically the structural engineer, different methods for analyzing trusses are learned from the course of Statics with the method of Nodes and Sections, and then in the course of Structural Analysis with some more advanced methods foundamented in energy and stiffness. In this article is presented an alternative method that use the principles of the statics equilibrium, and by the way how it´s develops, becomes a practical, efficient and powerful when analyzing truss procedure and whether applied from the course aims Statics or Structural Analysis, called Matrix Method for Analysis of Flat or Spatial Truss. The methodology is based on statics equilibrium of each of the nodes and that taking the reactions and forces in the frames as unknown, it provides a system of equations that can be solved by matrix methods

Keywords: Truss, Matrix, method, Flat, Spatial

1. Introducción

El análisis de armaduras, tanto planas como espaciales, es un tema que el ingeniero civil comienza a estudiar desde el curso de Estática, en donde el objetivo es determinar fuerzas en elementos y reacciones, y posteriormente en los cursos de análisis y diseño estructural extiende su alcance hasta llegar a calcular y analizar esfuerzos y desplazamientos en los elementos y finalmente en la vida práctica, quienes se enfocan en el área del diseño estructural, dejan de lado los métodos del primer curso mencionado debido a que su alcance es limitado y dispendioso.

El hecho de proponer nuevas metodologías para alcanzar un objetivo es evaluar qué tan buenas son estas, es decir qué tan eficientes son, qué tan efectivas son, cuáles son los beneficios que traen en aspectos como la productividad, la calidad, el control de los resultados que conllevará a un diseñador con criterio.

El Método Matricial para el Análisis de Armaduras Planas y Espaciales es una propuesta esencialmente académica con enfoque práctico, cuyo objetivo es, no solo realizar la propuesta a un procedimiento alternativo para desarrollar el método de análisis de armaduras de armaduras basado en el equilibrio estático de los nudos en el curso de Estática, sino tratar de que se alcancen de manera positiva los objetivos generales de las nuevas metodologías planteados en el párrafo anterior, es decir, estaremos formando ingenieros con criterio.

En el presente artículo se desarrolla el fundamento teórico de la metodología y la manera de aplicarlo de manera eficiente, con unos ejemplos al final del artículo que evidenciarán el alcance de este.

2. Metodología

El principio del Método Matricial para el Análisis de Armaduras consiste en hacer equilibrio de cada uno de los nodos de la estructura, procedimiento similar al Método de los Nudos (Beer, Johnston Jr., & Eisenberg, 2007, pág. 290), manejando como variables las fuerzas en los elementos y las reacciones, es decir que estas últimas no se determinan en un paso previo. Enseguida, habiendo establecido dos ecuaciones por cada nodo, se establece un sistema de ecuaciones lineales las cuales se representan de manera matricial y así mismo se procede a resolver mediante las teorías de matrices y sistema de ecuaciones lineales (Grossman, 1996, pág. 91).

Convención de signos y sistema coordenado: Para elementos, se establece que éstos están a tracción cuando la fuerza en los mismos tiene magnitud positiva y se representa como una flecha que sale del elemento, ya sea una barra o un nodo. De manera contraria ocurre cuando un elemento o nodo está en compresión.

Para el desarrollo de la metodología, se establece un sistema coordenado tridimensional X, Y, Z que cumple con la ley de la mano derecha y en donde el eje Z es positivo en dirección contraria a la fuerza de gravedad. Cabe aclarar que se toma un sistema tridimensional debido a que el método es aplicable tanto para el análisis de armaduras planas (2D) como espaciales (3D) pero desde el inicio se debe que definir en cual de las estas dimensiones se va a trabajar.

2.1. Paso 1: $m + R = D \cdot n$

Antes de comenzar a hacer el equilibrio o cualquier tipo de cálculo con los elementos de la estructura es necesario verificar que se cumpla la siguiente igualdad, lo cual no es más que identificar el grado de indeterminación estática de la estructura.

$$m + R = D \cdot n \quad (1)$$

En donde:
m: Número de elementos de la armadura
R: Número de reacciones
D: Espacio en el que se está trabajando. D=2 para armaduras planas y D=3 para armaduras espaciales
n: Número de nodos de la armadura

2.2. Paso 2: Equilibrio de Nudos

En seguida se procede a plantear las ecuaciones de equilibrio de cada nudo con las siguientes condiciones:

Se asume que todos los elementos están sometidos a tracción, es decir que, al momento de plantear las ecuaciones de equilibrio de cada nodo, las fuerzas en los elementos se grafican como flechas que salen de este.

Las reacciones se toman como incógnitas, por lo tanto, no es necesario resolverlas previamente mediante el equilibrio estático de toda la estructura. Adicionalmente estas reacciones se asumen en sentido positivo, es decir hacia arriba y hacia la derecha

Las dos condiciones planteadas anteriormente deben cumplirse a cabalidad, inclusive en el caso en el que el calculista sepa de antemano que alguno o varios elementos se encuentran en compresión o alguna de las reacciones vaya en sentido negativo.

Cabe aclarar que las fuerzas externas se colocan en la dirección en la cual realmente van.

Las condiciones se plantean más que todo por la lectura de resultados al momento de resolver la armadura, ya que una fuerza positiva en un elemento indicará que este se encuentra a tracción y en caso de ser negativa será a compresión. Las reacciones positivas significan que estas van hacia arriba o a la derecha y las negativas irán en dirección opuesta.

2.3. Paso 3: Sistema de ecuaciones

Luego de hacer el equilibrio estático de cada uno de los nodos de la armadura, teniendo en cuenta las dos condiciones ya mencionadas, se plantea un sistema de ecuaciones de manera matricial y se resuelve con ayuda de la computadora.

Cuando se llegue a este punto, se realizarán algunas observaciones que permitirán identificar características las cuales optimizarán el método haciendo que se pueda eliminar el paso 2.

Antes de establecer un diagrama de flujo que establezca el correcto desarrollo del método, se toma el problema resuelto 6.1 de la "Mecánica Vectorial para Ingenieros - Estática", (Beer, Johnston Jr., & Eisenberg, 2007, pág. 295), el cual es desarrollado en por el Método de los Nudos y y el cual resolveremos a través del Método Matricial.

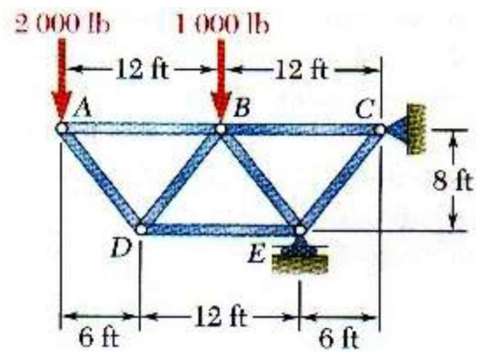


Figura 1. Diagrama de Problema resuelto 6.1 (Beer, Johnston Jr., & Eisenberg, 2007, pág. 295)

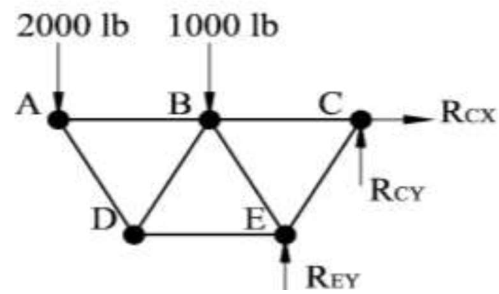


Figura 2. Diagrama de Cuerpo Libre (DCL)

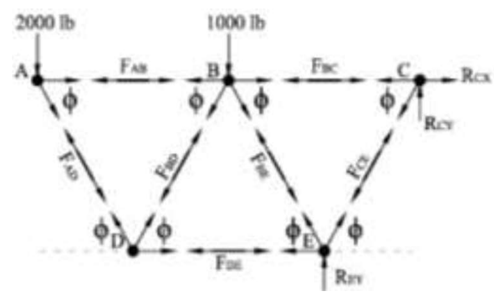


Figura 2. Diagrama de Cuerpo Libre desmembrado

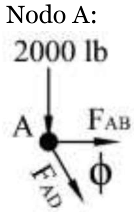
Ejecutando el procedimiento tenemos:

Paso 1:

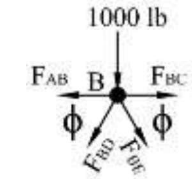
$$m = 7; R = 3; D = 2; n = 5$$
$$7 + 3 = 2 \cdot 5$$
$$10 = 10 \rightarrow OK$$

Paso 2: Al plantear las ecuaciones de equilibrio de cada nodo tenemos

Nodo A:



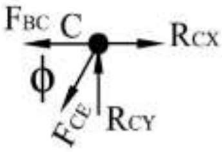
$$\sum Fx = 0 = F_{AB} + F_{AD} * \cos(\varphi)$$
$$\sum Fz = 0 = -2000 - F_{AD} * \sin(\varphi)$$



Nodo B:

$$\sum Fx = 0 = -F_{AB} - F_{BD} * \cos(\varphi) + F_{BE} * \cos(\varphi) + F_{BC}$$

$$\sum Fz = 0 = -1000 - F_{BD} * \sin(\varphi) - F_{BE} * \sin(\varphi)$$



Nodo C:

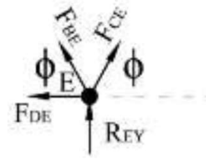
$$\sum Fz = 0 = -F_{CE} * \sin(\varphi) + R_{CZ}$$

$$\sum Fx = 0 = R_{CX} - F_{BC} - F_{CE} * \cos(\varphi)$$

Nodo D:

$$\sum Fx = 0 = F_{DE} - F_{AD} * \cos(\varphi) + F_{BD} * \cos(\varphi)$$

$$\sum Fz = 0 = F_{AD} * \sin(\varphi) + F_{BD} * \sin(\varphi)$$



Nodo E:

$$\sum Fx = 0 = -F_{DE} - F_{BE} * \cos(\varphi) + F_{CE} * \cos(\varphi)$$

$$\sum Fz = 0 = R_{EY} + F_{BE} * \sin(\varphi) + F_{CE} * \sin(\varphi)$$

Paso 3: Del análisis estático de cada uno de los nodos se obtuvo un total de diez (10) ecuaciones, con un total de diez (10) incógnitas correspondientes a las fuerzas de los siete (7) elementos y las tres (3) reacciones.

Estas diez ecuaciones se pueden escribir en forma matricial como se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} 1 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -c & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & -s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -c & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c & 0 & c & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c & c & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s & s & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{AB} \\ F_{AD} \\ F_{BC} \\ F_{BD} \\ F_{BE} \\ F_{CE} \\ F_{DE} \\ R_{CX} \\ R_{CZ} \\ R_{EZ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2000 \\ 0 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En donde: $c = \cos(\varphi)$ y $s = \mathrm{sen}(\varphi)$

Del sistema de ecuaciones, ya expresado de manera matricial, vamos a identificar una serie de elementos los cuales permitirán pasar del *Paso 1* al *Paso 3* de manera directa y haciendo de este método una herramienta sencilla, poderosa y conveniente para el análisis y posteriormente diseño de armaduras. Antes, reescribiremos el sistema de ecuaciones con alguna información adicional.

Nodo	Componente	F_{AB}	F_{AD}	F_{BD}	F_{BE}	F_{BC}	F_{ED}	F_{EC}	R_{CX}	R_{CZ}	R_{EZ}				Fuerza externa		
A	x	1	c	0	0	0	0	0	0	0	0		F_{AB}		0.00		0.00
	z	0	-s	0	0	0	0	0	0	0	0		F_{AD}		-2000.00		0.00
B	x	-1	0	-c	c	1	0	0	0	0	0		F_{BD}		0.00		0.00
	z	0	0	-s	-s	0	0	0	0	0	0		F_{BE}		-1000.00		0.00
C	x	0	0	0	0	-1	0	-c	1	0	0	x	F_{BC}	+	0.00	=	0.00
	z	0	0	0	0	0	0	-s	0	1	0		F_{ED}		0.00		0.00
D	x	0	-c	c	0	0	1	0	0	0	0		F_{EC}		0.00		0.00
	z	0	s	s	0	0	0	0	0	0	0		R_{CX}		0.00		0.00
E	x	0	0	0	-c	0	-1	c	0	0	0		R_{CZ}		0.00		0.00
	z	0	0	0	s	0	0	s	0	0	1		R_{EZ}		0.00		0.00
		G										x	I	+	F	=	0

Figura 4. Sistema de ecuaciones representadas de matricialmente $[G]\{I\} + \{F\} = 0$ (2)

Del sistema de ecuaciones obtenido podemos identificar lo siguiente

- Cada una de las filas corresponde a las ecuaciones del equilibrio estático de cada uno de los nudos realizado en el *Paso 2*. Las dos primeras columnas identifican esta relación (Nudo A, componentes *x, y*).
- En la parte de superior de la matriz se reescribe el vector de incógnitas de manera transpuesta con el fin de identificar las variables de cada ecuación.

- En color amarillo se identifican las componentes del vector unitario de cada uno de los elementos (fila superior) según el nodo que se esté tomando, es decir que las componentes en x del elemento AD, tomada desde A hacia D tiene un valor de $\boldsymbol{c}$ y está ubicada en el cruce de la columna donde se identifica el elemento AD (Columna 2 de la matriz) con la fila Ax (fila 1 de la matriz) y de D hacia A tiene un valor de $-\boldsymbol{c}$ y está ubicada en el cruce de la columna donde se identifica el elemento AD (Columna 2 de la matriz) con la fila Dx (fila 7 de la matriz). De manera similar se colocan los valores numéricos de las componentes en Z de este mismo elemento. De lo anterior se establece una metodología para ubicar los valores numéricos de las componentes unitarias de cada uno de los elementos y así obtener la matriz $[\boldsymbol{G}]$ sin necesidad de realizar el Paso 2 que se explicó anteriormente.
- Debido a lo anterior, para el caso de los elementos (7 primeras columnas de la matriz), la sumatoria de las columnas debe ser siempre cero (0.00), convirtiendo esta verificación en un mecanismo de control a medida que se va llenando la matriz.
- Para el caso de las reacciones, se coloca el vector unitario de la componente de cada una de estas en el nodo y en la dirección que corresponda, por lo cual la sumatoria de las columnas de las reacciones debe dar uno (1.00)
- La matriz de diez por diez (10x10) la llamaremos $\boldsymbol{G}$ debido a que corresponde a las componentes de los vectores unitarios de los elementos y de las reacciones, las cuales dependen esencialmente de la geometría de la armadura.
- El vector de fuerzas externas se llena de manera similar, es decir que se coloca la magnitud de la fuerza en el nudo y en la dirección correspondiente. Se aclara que los valores positivos van en dirección X, Z positivo. Para este caso en particular, se tiene cargas en dirección de la gravedad por lo tanto estas son negativas.
- El tamaño de la matriz K será de S x S en donde S es igual al número de elementos m más el número de reacciones R.

Las incógnitas de este sistema son las fuerzas en los elementos y las reacciones, es decir el vector $[\boldsymbol{I}]$ el cual se determina de la siguiente manera:

$$[G]\{I\} + \{F\} = 0$$
$$[G]\{I\} = -\{F\}$$
$$[G]^{-1}[G]\{I\} = [G]^{-1}(-\{F\})$$
$$\{I\} = [G]^{-1}(-\{F\}) \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} F_{AB} \\ F_{AD} \\ F_{BD} \\ F_{BE} \\ F_{BC} \\ F_{ED} \\ F_{EC} \\ R_{CX} \\ R_{CZ} \\ R_{EZ} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1{,}500.00 \\ -2{,}500.00 \\ 2{,}500.00 \\ -3{,}750.00 \\ 5{,}250.00 \\ -3{,}000.00 \\ -8{,}750.00 \\ 0.00 \\ -7{,}000.00 \\ 10{,}000.00 \end{vmatrix}$$

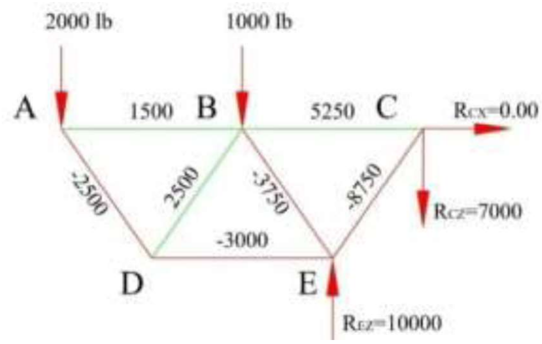


Figura 5. Fuerzas en elementos y reacciones

El vector de resultados {I} muestra la magnitud de fuerza a la cual está sometido cada elemento y las respectivas reacciones. Como se dijo anteriormente, los signos muestran que los elementos con magnitudes positivas están sometidos a tensión y los negativos a compresión. Para el caso de las reacciones, los valores positivos van en dirección X, Z positivo y para valores negativos va en sentido opuesto.

3. Análisis

El "Método Matricial" básicamente es una extensión del clásico "Método de los Nudos", pero al ser resuelto de manera matricial muestra características las cuales hacen que su aplicación sea mucho práctica y poderosa, características que se mencionan a continuación.

Separación de las características del sistema a analizar: Como se vio en el desarrollo del "Método", se tiene una matriz [G] la cual está ligada a la geometría de la estructura y las condiciones de apoyo de la misma. También se tiene el vector de incógnitas [I] en el cual se relacionan todas las fuerzas desconocidas correspondientes a las fuerzas en los elementos y a las reacciones. Enseguida se tiene el vector de fuerzas externas [F] lo cual refleja magnitud, dirección y localización de cada carga.

Vector de fuerzas[F]: Considerar un vector de fuerzas como un elemento totalmente independiente trae ventajas, no solo en la posibilidad de colocar cargas con la magnitud, dirección y ubicación bien definida, sino también que este vector puede ser la representación de dos o más vectores de fuerzas, es decir que puede ser un vector de fuerzas causado por cargas externas más cargas de viento e inclusive de fuerzas debidas al peso propio, carga viva, sismo u otro tipo de carga a las cuales se vea sometida la estructura.

$$\{F\} = \{F_{viva}\} + \{F_{peso\ propio}\} + \{F_{muerta\ sobreimpuesta}\} + \{F_{sismo}\} + \{F_{viento}\} + \cdots$$

Cuando se pasa a la etapa de diseño de este tipo de estructuras es necesario hacer verificaciones de esfuerzos en los elementos debido a combinaciones de carga que contienen factores de mayoración de los diferentes tipos de fuerzas, según el código utilizado, los cuales son muy fáciles de aplicar en atención a que es la multiplicación de un vector por un escalar. Poder manejar estos vectores de manera independiente y aplicar de manera sencilla los factores de mayoración de cargas, genera simplicidad, control y calidad del análisis y en general del diseño de la estructura.

Matriz [G]: En la sección de Desarrollo del Método se evidenció que esta matriz, además de ser uno de los procesos más dispendiosos de desarrollar, más aún cuando se realice siguiendo el Paso 2, depende directamente de la geometría y de los apoyos de la estructura, por lo tanto sin importar las cargas externas aplicadas, esta matriz seguirá siendo siempre la misma. El único momento en el cual la matriz va a cambiar es cuando la geometría o las condiciones de apoyos también lo hace lo cual quiere decir que será un análisis totalmente nuevo. Cabe aclarar que con la ayuda de un software básico tal como Excel o SciLab es posible hacer un vínculo eficiente entre las coordenadas de los nodos y la matriz [G].

Habiendo establecido estas tres etapas principales de desarrollo e identificado las características de la matriz en el paso 3, el método se vuelve una herramienta muy práctica y poderosa si se logra ir del paso 1 directamente hasta el paso 3, saltando el paso 2 que es donde más dispendioso se torna este.

A continuación, se presentan dos casos de aplicación, uno enfocado para desarrollarse en el curso de Mecánica Vectorial Estática y otro para el de Análisis de Estructuras, los dos, desarrollándolos de tal manera que se va del paso 1 al paso 3 y así demostrando el potencial del método.

4. Aplicación

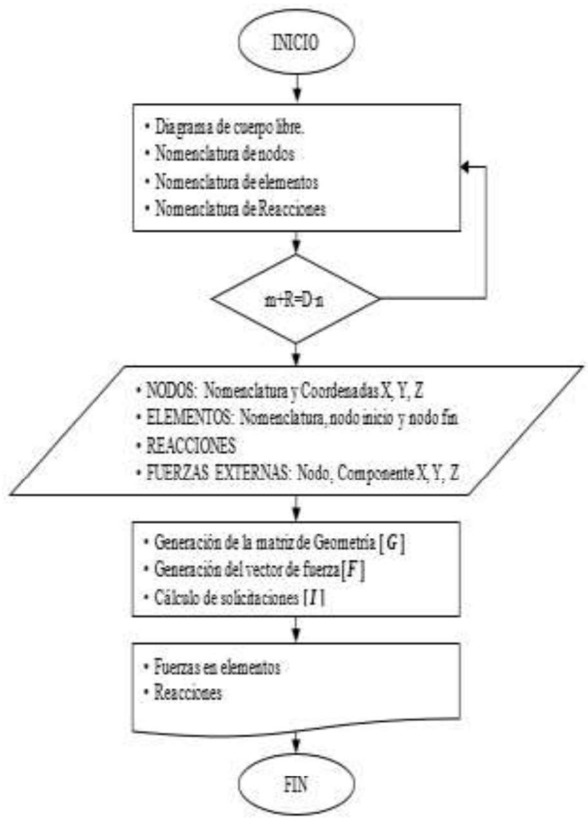


Figura 6. Diagrama de flujo del procedimiento para el cálculo de fuerzas en elementos y reacciones en los apoyos

La aplicación del método está ligada al curso en el cual este se explique o al alcance que se le quiera dar. Para el caso del curso de mecánica Vectorial – Estática este se limita al cálculo de fuerzas en elementos y reacciones mientras que, para los cursos de Análisis y Diseño Estructural, se quiere no solo determinar las fuerzas en los elementos sino también esfuerzos y desplazamientos.

- Curso de Mecánica Vectorial - Estática: El objetivo del curso se centra en obtener las solicitaciones en los elementos y en los apoyos, para lo cual basta con aplicar el método tal cual como se ha explicado hasta el momento.

$$\{\boldsymbol{I}\} = \boldsymbol{G}^{-1}(-\{\boldsymbol{F}\})$$

Cuya metodología de trabajo se define en el siguiente diagrama de flujo de la figura 6:

El desarrollo de una herramienta computacional permite que el alcance del análisis de armaduras en el curso de estática se extienda a estructuras de gran envergadura tal como puentes, cubiertas, torres entre otras, inclusive así se haga solo análisis estático

- Cursos de Análisis y Diseño Estructural: Al entrar a las etapas de análisis y diseño estructural, se requiere, además de las solicitaciones en los elementos y las reacciones, el índice de sobreesfuerzo al cual están sometidos los elementos, y desplazamientos de la estructura para diferentes tipos de condiciones de carga, lo cual no es algo complejo de calcular pero requiere algunos **Conceptos teóricos que permitan calcular esfuerzos y desplazamientos**, también **Información adicional de la estructura** y conocimiento de la **Norma de Diseño** sismo resistente para establecer límites de esfuerzos y desplazamientos máximos admisibles y las respectivas combinaciones de carga a aplicar para su verificación.

- Conceptos teóricos para el cálculo de esfuerzos y desplazamientos:
  - Esfuerzo axial: El esfuerzo en un elemento sometido a carga axial se establece mediante la ecuación $\sigma = P/A$ en donde es necesario conocer la magnitud de la fuerza a la cual está sometido cada elemento y el área de la sección transversal del mismo.
  - Desplazamientos en armaduras: Un método no solo muy práctico y sencillo para el cálculo de desplazamientos en armaduras sino también muy acorde con el método expuesto en el presente artículo, es el del trabajo virtual, en el cual se establece que el desplazamiento de un nodo n cualquiera en la dirección i, es igual a (Uribe Escamilla, 1991):

$$\Delta n, i = \sum_{m=1}^{M} \frac{U_m \cdot T_m \cdot L_m}{A_m \cdot E_m}$$

En donde:

$\Delta n, i$: Desplazamiento del nodo "n" en dirección i
U_m: Fuerza en el elemento "m" debido a una carga unitaria aplicada a la armadura en el nodo "n" en la dirección i
T_m: Fuerza en el elemento "m" debido a las cargas aplicadas **[*F*]**
L_m: Longitud del elemento "m"
A_m: Área de la sección transversal del elemento "m"
E_m: Módulo de elasticidad del elemento "m"
M: Cantidad total de elementos

Se tiene entonces:

Tabla 1: Cálculo de desplazamientos

ELEMENTO	U_m	T_m	L_m	A_m	E_m	$\frac{U_m \cdot T_m \cdot L_m}{A_m \cdot E_m}$
1	U_1	T_1	L_1	A_1	E_1	$\frac{U_1 \cdot T_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E_1}$
2	U_2	T_2	L_2	A_2	E_2	$\frac{U_2 \cdot T_2 \cdot L_2}{A_2 \cdot E_2}$
...	...	...	...	-	-	...
M	U_M	T_M	L_m	A_M	E_M	$\frac{U_M \cdot T_M \cdot L_M}{A_M \cdot E_M}$
						$\Delta n, i = \sum_{m=1}^{M} \frac{U_m \cdot T_m \cdot L_m}{A_m \cdot E_m}$

Los valores de T_m y U_m se obtienen de la aplicación del método matricial, con la diferencia de que para el primero se utiliza el vector de fuerzas **[*F*]** y para el segundo un vector que contiene únicamente una carga unitaria (magnitud = 1) en el nudo y en la dirección en donde se quiere calcular el desplazamiento. Con la ayuda del computador es posible no solo hacer este proceso de manera rápida y eficiente sino también repetirlo las veces que sea necesario y así calcular los desplazamientos de todos los nodos en todas las direcciones.

L_m es la longitud de cada elemento, lo cual depende de la geometría.

A_m y E_m son información adicional de la estructura la cual se requiere para hacer los respectivos cálculos de desplazamientos.

- **Información adicional de la estructura**:

Como ya se evidenció en el párrafo anterior, es necesario conocer el área de la sección transversal y el módulo de elasticidad de cada elemento con el fin de poder determinar esfuerzos y deformaciones de la estructura, lo cual es básicamente conocer los perfiles y material de los mismo a usar en cada elemento. Los proveedores de perfiles metálicos o de otro material, generalmente ofrecen información no solo del área y módulo de elasticidad sino también de peso, resistencia, propiedades físico mecánicas de la sección transversal, entre otros.

- **Norma de diseño**:

Los códigos de diseño y construcción sismo resistente incluyen factores de reducción de resistencia y de mayoración de cargas con el fin de contar con un factor de seguridad suficiente de tal manera que se garantice que la resistencia de la estructura sea simpe mayor a los esfuerzos que se presentan en esta. Por lo anterior, se establecen combinaciones de carga en el cual se aplican factores que amplifican las cargas de acuerdo con su procedencia y de esta manera se hace el análisis para cargas más grandes. En el presente método, debido a que se tiene un vector de cargas, totalmente independiente, es posible, y muy práctico, aplicar los respectivos factores de mayoración de cargas y así hacer el análisis de la estructura dentro del marco normativo de cada país.

$$\{F_u\} = K_L\{F_L\} + K_{Dp}\{F_{pp}\} + K_{Ds}\{F_{Ds}\} + K_S\{F_s\} + K_W\{F_W\} + \cdots$$

De acuerdo con lo anterior, se establece el siguiente diagrama de flujo

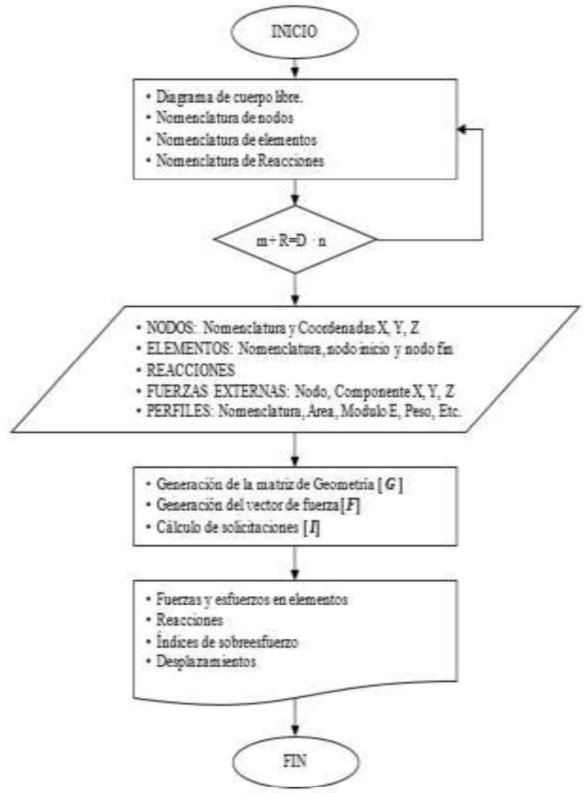


Figura 7. Diagrama de flujo del procedimiento para el cálculo de fuerzas en elementos, reacciones en los apoyos y desplazamiento en el nudo requerido

Lo ideal del presente método es que se utilice una computadora no solo por el hecho de tener de calcular la inversa de una matriz y luego multiplicarla por un vector sino también por el hecho de que se podría desarrollar un pequeño programa o algún tipo de formulación que permita determinar la matriz de geometría [G] la cual es uno de los procedimientos más dispendiosos del “Método”. A continuación, se presenta diagrama con la metodología para analizar armaduras.

5. Conclusiones

El Método Matricial para el Análisis de Armaduras es una propuesta alternativa a los ya conocidos métodos de los Nodos o de las Secciones, que se ven en el curso de estática en cualquier carrera universitaria de ingeniería, que cumple con el mismo objetivo de calcular fuerzas en los elementos de este tipo de estructuras.

El Método, por trabajar con una gran cantidad de ecuaciones de manera simultánea y que haciendo el tratamiento de estas de manera matricial, requiere para la determinación de las incógnitas de una computadora o una calculadora que logue realizar en producto de la inversa de una matriz por un vector, lo cual es un procedimiento bastante dispendioso al momento de hacer a mano. Debido a los desarrollos tecnológicos, esto no se vería como una limitante puesto que la disponibilidad de una computadora con un software capaz de realizar los cálculos es de fácil acceso y la inversión amerita debido al alcance que se puede generar

El método inculca en el estudiante competencias de razonamiento lógico, dominio de la teoría del equilibrio estático y control de calidad, entre otros, para que logre mecanizar o estandarizar la manera de saltar del Paso 1 al Paso 3 y convertirlo en un programa de computador. Lo anterior afianza conocimientos fundamentales y los pone en práctica en un entorno real.

A pesar de que en la actualidad existen varios métodos tanto para el análisis y diseño de armaduras, y de otro tipo de sistemas estructurales, estos se basan en matrices de rigidez o de flexibilidad de los elementos mientras que el del presente artículo lo hace a partir de una matriz de geometría fácilmente identificable. Al extender su alcance al diseño, en donde se debe hacer verificación de esfuerzos y desplazamientos, también se puede ver claramente como esta matriz de geometría puede tratarse también como una especie de matriz de rigidez.

De acuerdo con lo anterior, podemos decir que *El Método* es una gran herramienta que se debería enseñar desde el curso de Mecánica Vectorial Estática ya que permite al estudiante aplicar conocimientos no solo del equilibrio de cuerpos sino que lo induce en el campo de la programación, del razonamiento de procesos, de la inspección de procedimientos con el fin de establecer puntos de control de calidad a lo largo del desarrollo del análisis, todo con el objetivo de calcular estructuras cada vez más grandes y complejas.

El hecho de introducir metodologías diferentes a las establecidas en la literatura convencional, combinado con la necesidad de programar y desarrollar herramientas computacionales que funcionen según la teoría y se generalicen para cualquier tipo de caso, llevan tanto al estudiante como al docente a no solo resolver problemas cada vez más complejos sino al planteamiento de nuevos retos que van más allá de lo convencional.

6. Referencias

- Beer, F. P., Johnston Jr., E. R., & Eisenberg, E. R. (2007). MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS Estática 8 ed. Mexico DF: McGraw-Hill.
- Grossman, S. I. (1996). ALGEBRA LINEAL 5 ed. Mexico DF: McGraw-Hill.
- Investigación y Educación en Enfermería. (2007). El resumen de un artículo científico: Qué es y qué no es. *25 (1)*, 14-17. Recuperado el 10 de Marzo de 2016, de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-53072007000100001&lng=en&tlng=es. .
- U Rosario. (10 de MARZO de 2016). *Ciencias humanas - guías de calidad académica.* Obtenido de http://www.urosario.edu.co/cienciashumanas/GuiasdeCalidadAcademica/49c/
- Uribe Escamilla, J. (1991). ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS. Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería

7. Autor

GABRIEL SANTIAGO SILVA VEGA, Ingeniero civil de la Corporación Universitaria Minuto de Dios – UNIMINUTO, Magister en Estructuras de la universidad Los Andes, docente del área de estructura del programa de ingeniería de la universidad Santo Tomás de Aquino y de la Corporación Universitaria Minuto de Dios y gerente de la empresa de diseño estructural GSSV Ingeniería SAS.