

# Modelo de transferencia vertical dentro de un modelo hidrológico continuo en un esquema de volúmenes finitos\*

Carlos Andrés Caro C.\*\*

Ernest Bladé\*\*\*

Pedro Mauricio Acosta C.\*\*\*\*

Recibido: 24 de abril de 2012— Aprobado: 13 de junio de 2012

L'esprit Ingénieux Tunja - Colombia V 3 pp. 144 - 154 enero - diciembre 2012

## RESUMEN

Tomando como base modelos actuales en hidrología, y de acuerdo a las características y a la base del modelo IBER (modelo matemático bidimensional para la simulación de flujos en ríos y estuarios), se ha ajustado el esquema preliminar de lo que será el componente HMC (Modelo Hidrológico Continuo) del modelo IBER, adaptando condiciones de subsuelo y zona subterránea de manera continua al modelo hidrológico basado en esquemas de volúmenes finitos. El modelo describe el paso del agua desde su estado como precipitación, pasando por el encharcamiento y flujo superficial, hasta el componente que viaja por infiltración y vía subterránea a través de los acuíferos y zonas de retorno de flujo a zonas superficiales, todo mediante una modelización que tiene como base la solución explícita de ecuaciones que trabajan celda a celda en un esquema de volúmenes finitos.

**Palabras clave**— El autor debe proporcionar palabras clave (en orden alfabético), un mínimo de 3 y un máximo de 6, que ayuden a identificar los temas o aspectos principales del artículo.

## ABSTRACT

Based on current models in hydrology, and according to the characteristics on IBER base model (two-dimensional mathematical model for simulating flows in rivers and estuaries) has adjusted the preliminary outline of what will be the HMC component (Model continuous hydrologic) model IBER, adapting subsurface conditions and ground area continuously to the hydrological model based on finite volume schemes. The model describes the flow of water from its status as precipitation, through waterlogging and overland flow to the component that travels by infiltration and groundwater through aquifers and areas of return flow to surface areas, mainly through modeling which is based on the explicit solution of equations that work cell to cell in a finite volume scheme.

**Keywords**— Contiene la traducción de las palabras claves al idioma Inglés.

\* Artículo de investigación, como producto final del proyecto de investigación del mismo nombre.

\*\* Ph. D. (c) en Ingeniería Hidrológica, M.Sc. Ingeniería Civil, Docente Universidad Santo Tomás Seccional Tunja. ccaro@ustatunja.edu.co. Ustatunja

\*\*\* Ph. D. en Ingeniería Civil, Investigador del Instituto FIUMEN, Universidad Politécnica de Cataluña. ernest.bladé@upc.edu. Flumen, UPC.

\*\*\*\* M. SC. en Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Especialista en Recursos Hídricos, Docente Universidad Santo Tomás, Seccional Tunja pacosta@ustatunja.edu.co.

## I. INTRODUCCIÓN

# A

l simular el ciclo hidrológico, los modelos matemáticos proporcionan información sobre recargas al acuífero, separación de la aportación total en superficial y subterránea, salidas subterráneas al mar o a un río, además de índices de evapotranspiración de una región cualquiera, información que ayuda a caracterizar mejor las zonas de interés y la respuesta hidrológica de una cuenca. Una forma de modelización hidrológica bidimensional de una región es el uso de modelos de alta resolución que trabajen de una manera óptima las discontinuidades mediante discretización en volúmenes finitos, que resuelvan las ecuaciones de Sant Venant con o sin simplificaciones, dependiendo del tipo de simulación que queremos emplear. El modelo Iber, dentro de esta categoría de modelos, permite un seguimiento y descripción del flujo muy aproximados ya que cuenta con la resolución de las ecuaciones completas de Sant Venant, contemplando en los eventos de flujo superficial las fuerzas de gravedad, rozamiento, presión e inercia, logrando para una simulación hidráulica descripciones de flujo muy acertadas. Sin embargo, en condiciones de simulación hidrológica pueden realizarse algunas simplificaciones, sobre todo en los términos de inercia, que en determinados casos pueden representar ahorros en tiempos de modelización sin perder calidad en la respuesta.

## II. OBJETIVOS

- Verificar el comportamiento de Iber como modelo hidrológico a partir de diferentes escenarios propuestos. Dichos escenarios difieren unos de otros en el tipo de evento de precipitación utilizado, así como la generación o no de flujo base en las redes de drenaje principales.
- Revisión de los tiempos de Simulación de acuerdo al transporte superficial a utilizar, ya sea de tipo hidráulico con las ecuaciones completas de Sant Venant u onda Dinámica, o de tipo hidrológico, con ecuaciones simplificadas mediante onda difusiva.

## III. MODELO CONCEPTUAL

Con el fin de diferenciar el tipo de modelización de acuerdo a la zona de interacción del agua

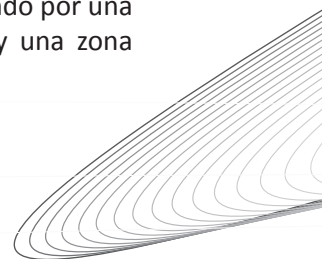
dentro de la cuenca, se ha definido una diferenciación del tipo de celda dentro de la discretización en volúmenes finitos, de la siguiente manera:

- Celdas de Aportación
- Celdas de Río

Para cada tipo de celda se establecen dos submodelos, de acuerdo al tipo de movimiento del agua dentro del modelo hidrológico continuo (HMC)

- Sub modelo de transferencia vertical
- Sub modelo de transporte.

El sub modelo de transferencia vertical indica la forma como el agua guía su movimiento desde la parte superficial hasta la acumulación en acuífero, pasando por una zona del subsuelo no saturada y una zona saturada subterránea.



El sub modelo de transporte hace referencia al movimiento del agua superficial o subterránea entre celdas (a manera de transferencia horizontal.). De esta manera existen dos tipos de sub modelos de transporte:

- Sub modelo de Transporte Superficial.
- Sub modelo de Transporte Subterráneo.

El Sub modelo de transferencia vertical se explica en la transferencia de agua entre las diferentes capas del suelo o layers, es decir, la zona superficial, la zona sub-superficial, y la zona subterránea, como se ha decidido dividir verticalmente cada celda del modelo. La división en 3 layers verticales y no más o menos, radica en que éstas son las necesarias para lograr un seguimiento de los principales entes que intervienen en la modelación hidrológica, como es la zona superficial, donde el proceso de Evapotranspiración es relevante, la zona subsuperficial, con la infiltración, y la zona subterránea con la percolación y alimentación de acuíferos.

La utilización de un número mayor de capas o Layers, significaría una discretización mucho mayor del proceso vertical, sin embargo la incertidumbre en el valor y número de parámetros que se generan, no compensaría el grado de exactitud de la simulación (Beven, 1996).

El modelo a escoger, dada su simplicidad en el manejo de sus parámetros en el momento de calibración, el significado físico de cada uno de ellos y los resultados de simulación mostrados en diferentes estudios realizados alrededor del mundo (W. Fernández, et al, 2000, Caro, et al, 2003, Alley, W, 1984), especialmente en trabajos relacionados a nivel de cuenca, es el modelo abcd de Thomas.

El modelo de Thomas es un modelo no lineal de cuenca que acepta la precipitación y la evapotranspiración como entradas. Internamente el modelo representa el almacenamiento del suelo, el

almacenamiento subterráneo, la escorrentía, el flujo subterráneo y la evapotranspiración real. Es el modelo más recomendado (W, Fernández, et al (2009)) de cuenca a nivel mensual en comparación con otros modelos de cuenca, referenciado por Alley (1984, 1985).

A pesar que son muchos los modelos tipo HMC que se utilizan actualmente como el SMA utilizado en SWAT, o el modelo TETIS (universidad politécnica de Valencia), o el modelo SAC-SMA, el modelo de Thomas cobra un interés especial ya que ha mostrado como se mencionó anteriormente resultados notorios a nivel de cuenca, esto quiere decir, a escalas espaciales y temporales altas.

A pesar que el modelo IBER trabaja en escala temporal a nivel de segundos y la escala espacial trabajada es baja predominantemente, el objetivo es aplicar un modelo que haya dado resultados muy aceptables a nivel cuenca y trabajarlo para que sea aplicado a nivel de escalas temporales bajas, para aprovechar las bondades en la utilización de un modelo de volúmenes finitos.

La aplicación del sub-modelo de transferencia vertical en el modelo IBER a nivel de celda (volumen finito), dentro de un sistema de cuenca, muestra resultados que se ajustan a un seguimiento del proceso hidrológico de manera continua, y se puede apreciar que se logra involucrar parámetros básicos de la hidrología de cuenca, como la recarga, y la evapotranspiración real.

Se confirma la importancia en la calibración de los parámetros del modelo de Thomas, base del submodelo de transferencia vertical, y su significado físico.

#### IV. ECUACIONES DEL MODELO.

El modelo de transferencia vertical en HMC (Modelo Hidrológico continuo) arroja como productos principales

el calado disponible para transporte subterráneo (hst) y el calado disponible para flujo superficial (ht). A partir de este último se inicia el proceso de transporte superficial, cuya propagación seguirá un esquema numérico que puede ser tan simple como complejo. Como se ha mencionado anteriormente, las ecuaciones de Sant Venant describen el flujo de agua en lámina variable de manera muy aproximada, es decir, las ecuaciones describen la realidad del proceso sin simplificaciones (Bladé, et al, 2009). A pesar de ello, el costo computacional aún hoy en día es alto, y si nos contextualizamos en hidrología, mucho mayor. Sin embargo, en modelización hidrológica debe tenerse en cuenta que respecto a la hidráulica, por ejemplo, algunos procesos físicos no son tan relevantes, y es allí donde algunas simplificaciones pueden ser tenidas en cuenta. Por ejemplo, los términos de inercia, en zonas de aportación tenderían a cobrar menos importancia que en zonas de río. Es por ello que se ha decidido dar la posibilidad de acrecentar las bondades del esquema en volúmenes finitos, disminuyendo los tiempos de simulación, sin perjudicar la caracterización del flujo. Una simplificación de las ecuaciones de Sant Venant que logra de manera acertada lo anterior es el método de la onda difusiva, donde únicamente se tienen en cuenta los términos de gravedad, rozamiento y presión, ignorando los de inercia.

En zonas de aportación, entonces podría utilizarse onda difusiva, y en zonas de río las ecuaciones completas de Sant Venant, las cuales son usadas actualmente sin distintivo de zonas.

El esquema de resolución por medio de volúmenes finitos hace que el método de

onda difusiva sea muy claro y entendible al resolver (Chaudhry, 1993). Partimos de la ecuación de continuidad bidimensional:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = q$$

El término independiente q, tendrá relación con las entradas o pérdidas extras a la celda, en nuestro caso hace referencia directa al caudal extra o disminución generada por el modelo de transferencia vertical.

Que para un esquema de volúmenes finitos se resolvería en:

$$\int_V \frac{\partial h}{\partial t} dV + \int_V \left( \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} \right) dV = \int_V q dV$$

V se refiere al área del volumen finito, o sea para el caso, bidimensional.

Resolviendo, y aplicando teorema de Gauss:

$$\frac{V(h^{n+1} - h^n)}{\Delta t} + \int_S \bar{q} \cdot \bar{n} dS = q \cdot V$$

Además, la integral de superficie sobre el volumen finito a través de sus lados,

$$\int_S \bar{q} \cdot \bar{n} dS = \sum_{i=1}^L q_i \cdot L_i = \sum_{i=1}^L Q_i$$

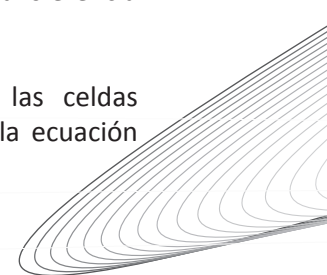
Donde L se refiere al número de lados del volumen finito.

Entonces,

$$h^{n+1} = h^n - \frac{\Delta t}{V} \sum_{i=1}^L Q_i + h_t^n$$

Nótese que  $h_t^n$  es el valor de calado añadido o suprimido en ese instante de tiempo proveniente del modelo de transferencia vertical.

Los caudales provenientes de las celdas frontera, entrarán a confrontar la ecuación



de continuidad a partir de la ecuación de conservación de momentum que en este caso se remite a la onda difusiva.

La ecuación de onda difusiva dice:

$$g \cdot \frac{dy}{dx} - g \cdot (I_0 - I_f) = 0$$

Ahora,

$$I_f = I_0 - \frac{dy}{dx}$$

Donde  $I_0$  es la pendiente de fondo e  $I_f$  la pendiente motriz.

El caudal o flujos entrantes o salientes entre celdas pueden obtenerse a partir de Manning, teniendo en cuenta la pendiente motriz y no de fondo por asumir flujo no uniforme:

$$Q = \frac{A \cdot R^{2/3} \cdot I_f^{0.5}}{N}$$

Y definiendo todo en términos de la distancia entre centroides de celdas ( $w$ ) y el calado en cada celda ( $h$ ):

$$A = w \cdot h \quad ; \quad R = \frac{A}{P} = \frac{w \cdot h}{w} = h$$

Por lo tanto;

$$Q = \frac{w \cdot h^{5/3} \cdot I_f^{0.5}}{n}$$

$W$ , hace referencia a el ancho de celda del volumen finito.

## V. ESCENARIOS SIMULADOS

Los diferentes escenarios propuestos para este estudio se pueden dividir en dos clases.

Las simulaciones basadas en utilización o no de un modelo generador de flujo base, que se refiere al uso del modelo HMC (Modelo hidrológico continuo), o las simulaciones basadas en la utilización o no de las ecuaciones completas de Saint Venant en la caracterización del transporte superficial. Estos últimos escenarios, con el fin de dar un sentido más hidrológico que hidráulico a la modelización.

Con lo anterior, se generaron 6 escenarios con diferentes condiciones iniciales y fueron simulados utilizando onda dinámica en principio (utilizando las ecuaciones completas de Saint Venant) y onda difusiva posteriormente (Simplificando los términos de inercia de las Ec Saint Venant).

Los dos tipos de escenarios generados fueron probados además en dos tipos de malla. El primer tipo de malla, regular, con topografía de pequeña pendiente, y el segundo tipo de malla, irregular, con pendientes variables y que hace referencia al modelo de elevación digital de la cuenca del río Fluviá en Catalunya.

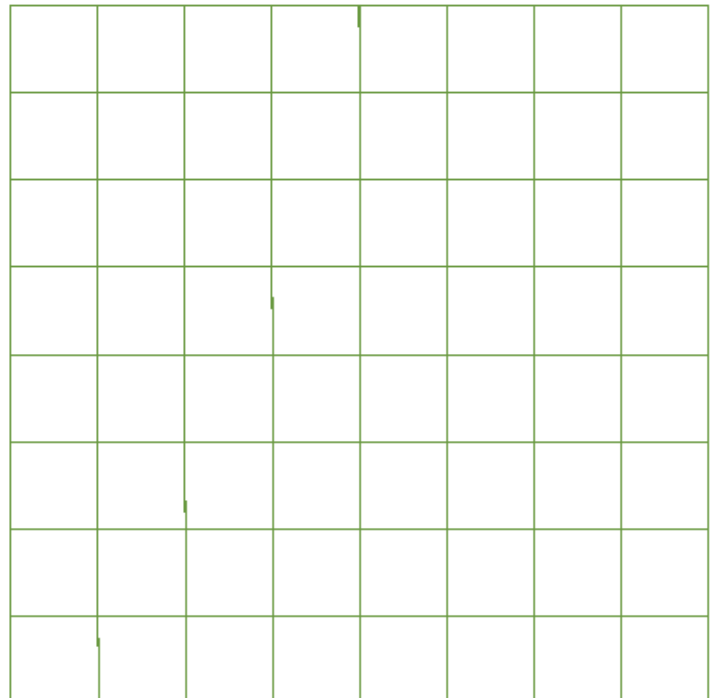


Figura 1. Malla Estructurada 64 elementos. Pendiente suave. (Malla tipo 1)

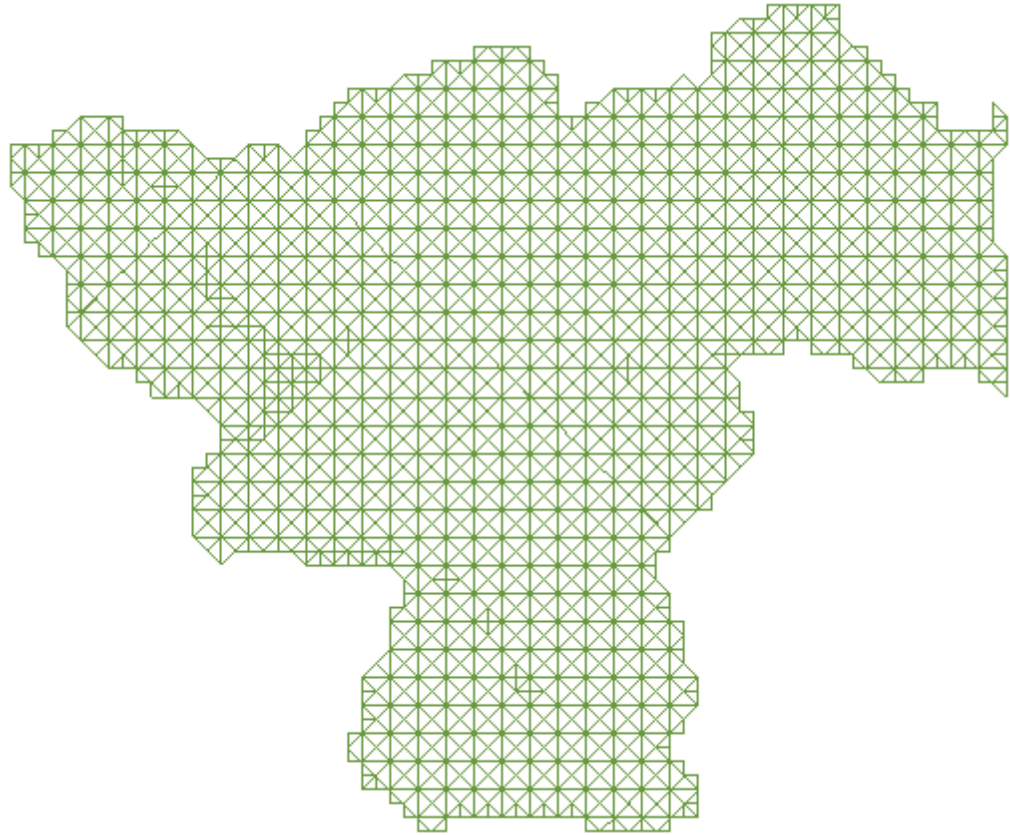


Figura 2. Malla Estructurada. 2427 elementos. Pendiente variable. (Malla tipo 2).

Tanto la malla tipo 1 como la malla tipo 2 presentan similitudes en sentido de flujo (izquierda a derecha). La topografía de las dos mallas se diferencia mucho, la primera presenta una pendiente constante del 0.2%, y la segunda presenta una malla variable con pendientes suaves en la zona de cuenca baja, donde finalmente se presenta la salida hidrológica de la cuenca, y pendientes muy altas de la parte alta de la cuenca de más del 10%.

Como condiciones iniciales tienen una asignación de calado inicial cero. Como condición de contorno se asume una salida el régimen supercrítico al final de la cuenca (derecha arriba). La malla tipo 1 tiene un área de 225 km<sup>2</sup> y la malla tipo 2 de 113 Km<sup>2</sup>. Las

dos mallas se consideraron homogéneas en tipo de suelo y cobertura vegetal. Se asignó un coeficiente de rugosidad “n” de manning de 0.025 y se asumió, en el momento de simulaciones con condiciones de generación de flujo base, una capacidad de infiltración del terreno de 20mm/hr. Además, los escenarios varían en cuanto a tipo de lluvia (constante o por eventos), evapotranspiración potencial incluida, tipo de malla utilizada, asignación o no de retorno de flujo subterráneo a redes de drenaje superficiales y tiempo de simulación. Los dos tipos de malla son usados para los 6 escenarios propuestos y como se verá más adelante, la variabilidad en tipo de resultados y tiempos de simulación varía de acuerdo a estas condiciones morfométricas.

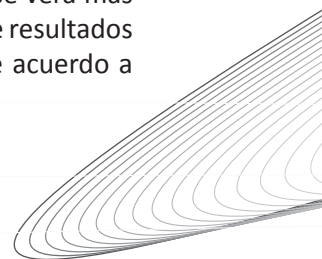


Tabla 1.

ESCENARIOS PROPUESTOS PARA SIMULACIONES HIDROLÓGICAS CON O SIN FLUJO BASE

RESUMEN DE ESCENARIOS												
Escenario 1		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	Cte 30mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	si		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	0,95	0,01	0,9	0,3	0	0	20			
1 semana		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)					Objetivo: Flujo base	Malla estructurada regular				
Escenario 2		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	Cte 30mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	NO		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx			
1 semana		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)	Pérdidas por Infiltración: Método Lineal ,Fi=20mm/hr				Objetivo: Flujo base vs sin flujo Base	Malla estructurada regular				
Escenario 3		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	No constante, eventos aislados de 40 mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	si		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	0,95	0,01	0,9	0,3	0	0	20			
1 mes (30 días)		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)					Objetivo: Flujo base	Malla estructurada regular				
Escenario 4		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	No constante, eventos aislados de 20 mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	si		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	0,95	0,01	0,9	0,3	0	0	20			
1 mes (30 días)		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)					Objetivo: Flujo base	Malla estructurada regular				
Escenario 5		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	No constante, eventos aislados de 40 mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	NO		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx			
1 mes (30 días)		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)	Pérdidas por Infiltración: Método Lineal ,Fi=20mm/hr				Objetivo: Sin Flujo base	Malla estructurada regular				
Escenario 6		MODELO HMC										
Numero Elementos	Lluvia	ETP	parámetros Thomas							Tasa Inf	Asignación Acuífero y red de drenaje	
2427 y 64	No constante, eventos aislados de 5 mm/hr	Hrgraves	a	b	c	d	St	Gt	Tasa Inf	SI		
Tiempo de simulación		av daily temp(°c)	0,95	0,01	0,1	0,99	0	0	20			
1 mes (30 días)		extr rad(mm/d)										
		Max daily temp(°c)										
		min daily temp(°c)					Objetivo: Sin Flujo base	Malla estructurada regular				

## VI . Resultados Obtenidos

Cada uno de los escenarios propuestos se simuló con las condiciones mencionadas anteriormente y de acuerdo al tipo de malla empleada.

Resultados a partir de Onda Difusiva (malla tipo 1, estructurada simple):

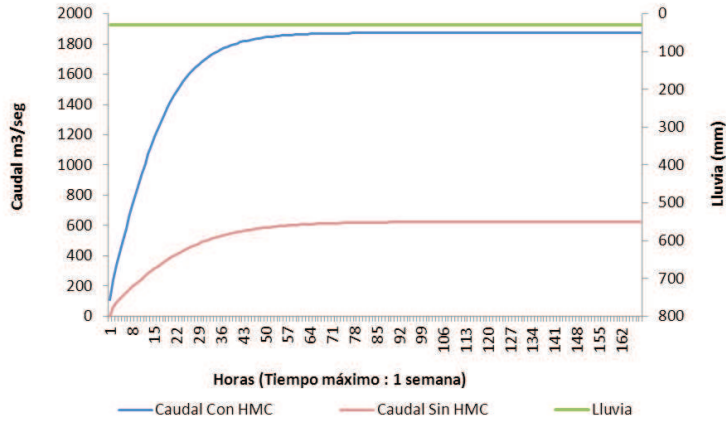


Gráfico 1. Escenarios 1 y 2. Onda difusiva

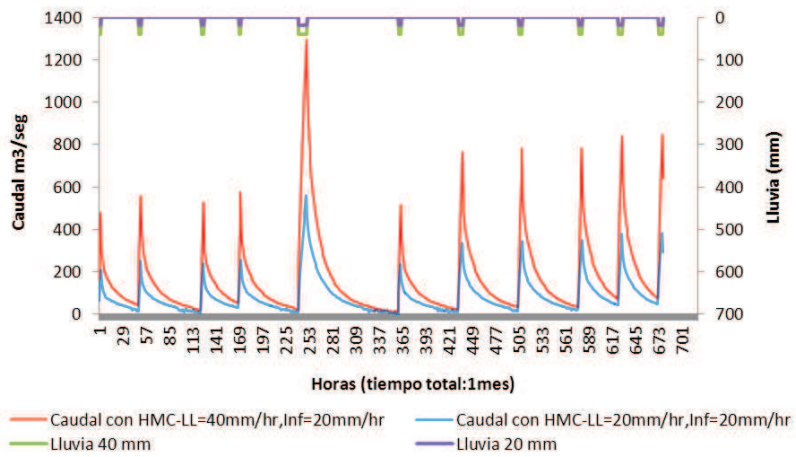


Gráfico 2. Escenarios 3 y 4. Onda difusiva

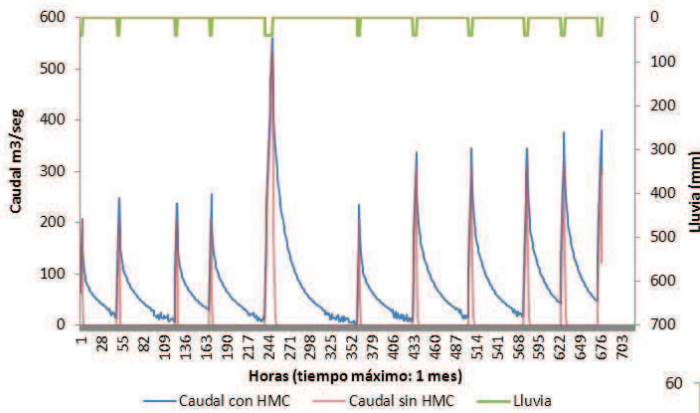


Gráfico 3. Escenario 5. Onda difusiva.

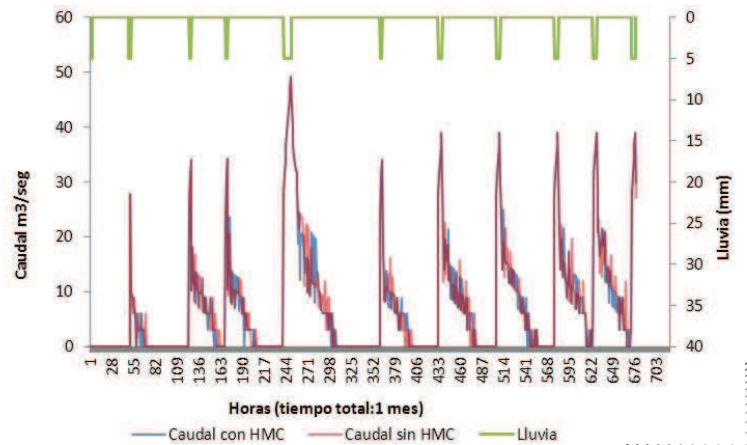


Gráfico 4. Escenario 6. Onda difusiva.



De acuerdo a la configuración de la magnitud de los parámetros del modelo de transferencia vertical (Modelo de Thomas-HMC), puede ser significativa la diferencia entre el caudal generado a la salida de la cuenca en una simulación con el uso de este modelo o sin el uso de éste. La diferencia es debida a que con el uso del modelo HMC se permite la reincorporación de parte del flujo superficial infiltrado a la zona subterránea, hacia la zona superficial, generando un flujo base que se alimenta de la zona acuífera, que a su vez es alimentada por el agua infiltrada (en el Gráfico 1 con lluvia constante, y en el gráfico 3 con eventos aislados de lluvia).

La magnitud del caudal dependerá básicamente, aparte de las condiciones del terreno caracterizadas por los parámetros del mode-

lo de Thomas, del tipo de precipitación del área de estudio (Gráfico 2). En el gráfico 3 puede apreciarse que el flujo base se va formando a medida que se va acumulando humedad en la zona acuífera, pero a su vez, si se trata de una zona que no genera flujo base, el modelo HMC permite simular este tipo de respuesta también (Gráfico 4).

El gráfico 3 evidencia la importancia de la generación del flujo base, ya que no es una pérdida total el caudal que es infiltrado a la zona acuífera, sino que dá la posibilidad de reincorporación de parte de este flujo a zonas de drenaje superficial.

Resultados a partir de Onda Difusiva en la malla tipo 2 (Malla estructurada del Fluviá):

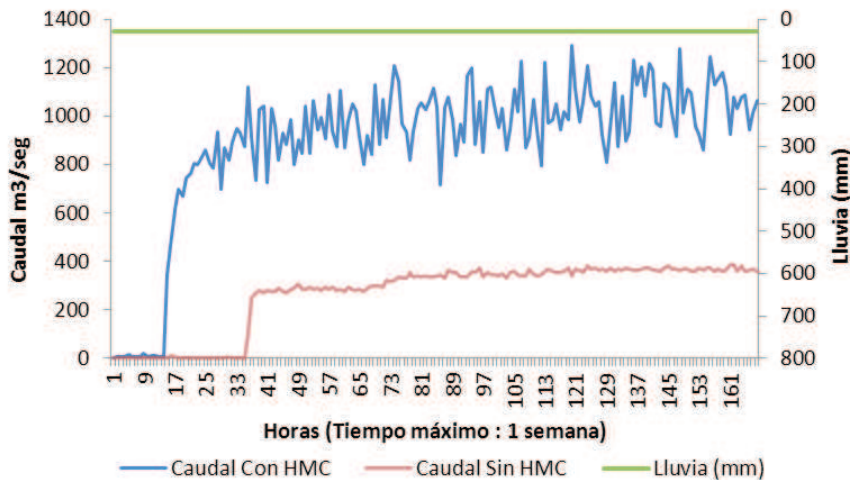


Gráfico 5. Escenarios 1 y 2. Onda dinámica

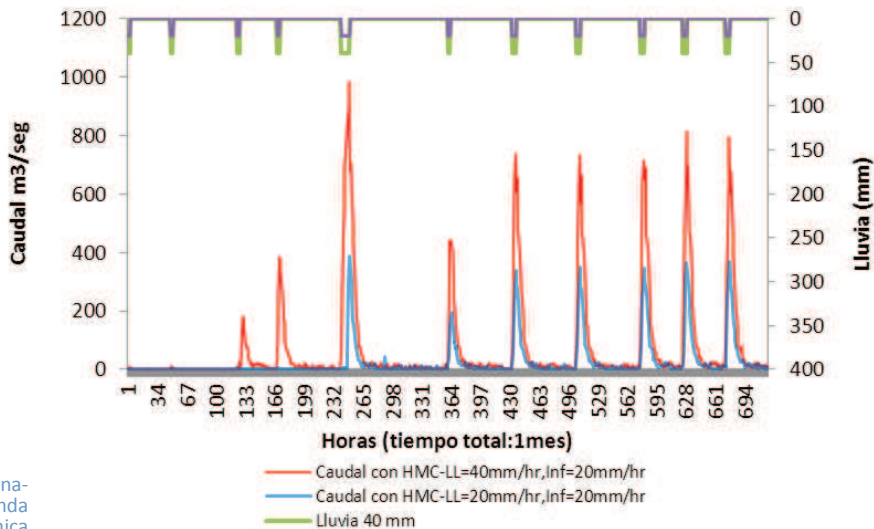


Gráfico 6. Escenarios 3 y 4. Onda dinámica

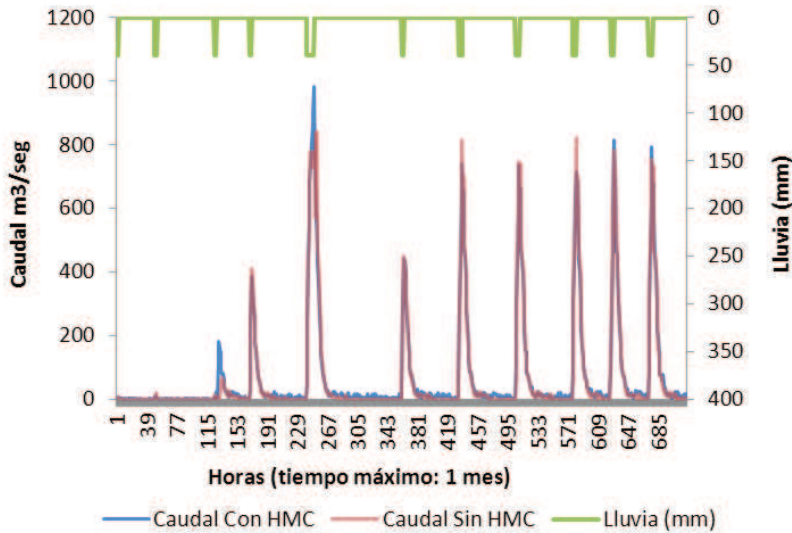


Gráfico 7. Escenario 5. Onda dinámica

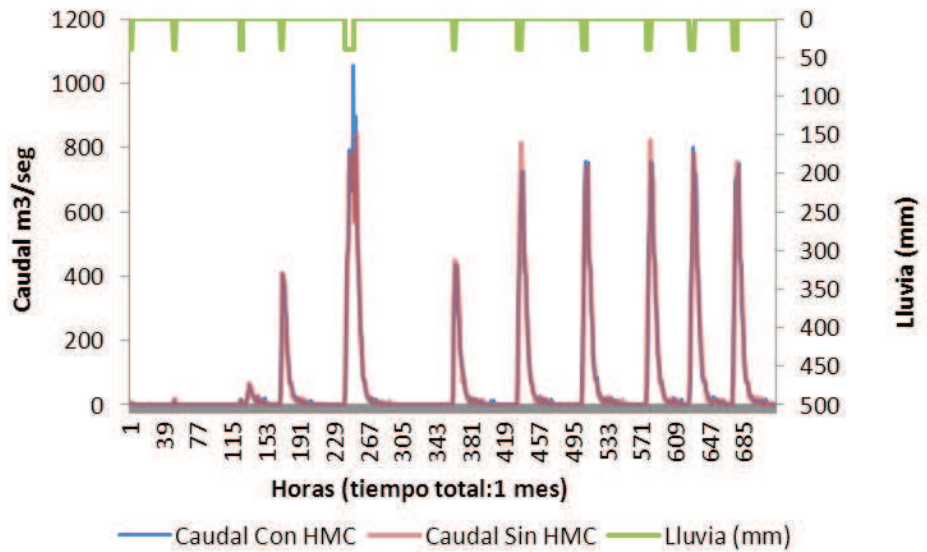


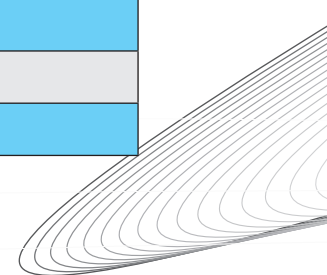
Gráfico 8. Escenario 6. Onda dinámica

Los gráficos 1 al 4 tienen la misma tendencia de los gráficos 5 al 8, sin embargo la suavidad o estabilidad en los resultados de los primeros gráficos no se evidencian en los segundos. La variabilidad topográfica influye mucho en la respuesta hidrológica de la cuenca y muchos fenómenos como depósitos de retención temporales, o caídas bruscas de agua por pendientes, hacen de la cuenca, una zona de aportación que permite respuestas muy cambiantes en el tiempo.

A su vez, en la malla tipo 1 se resaltan los siguientes ahorros temporales en simulaciones con onda difusiva sobre onda dinámica.

**Tabla 2.**  
*MEJORAS EN RENDIMIENTO ONDA DIFUSIVA RESPECTO A ONDA DINÁMICA EN ESCENARIOS HIDROLÓGICOS.*

Escenario	Ahorro temporal en simulaciones. Usando onda difusiva.
Escenario 1	20.45%
Escenario 2	23.25%
Escenario 3	14.5%
Escenario 4	14.11%



## VII. Conclusión

El módulo hidrológico de transferencia vertical de Iber-HMC, aproxima el comportamiento hidrológico de una cuenca a partir de la utilización y seguimiento de los diferentes componentes del ciclo hidrológico como lo son la precipitación, evapotranspiración, escorrentía superficial, infiltración, recarga, transporte subterráneo y formación de flujos base, a partir de un esquema basado en volúmenes finitos, que permite solución hidráulica mediante la solución de las ecuaciones completas de Sant Venant, o mediante una solución hidrológica por medio de Onda Difusiva. Esto mediante el apoyo de información morfométrica representada en el modelo de elevación digital (malla topográfica) y parámetros que

caracterizan la cuenca a través del modelo de Thomas (Alley W. M. 1984).

Los diferentes escenarios planteados en el estudio definieron una tendencia clara de formación de flujo base en caso de utilización del modelo HMC.

El tipo de resultado en la respuesta hidrológica de cuencas mediante este tipo de simulación presta un especial interés en el tipo de mallado del modelo de elevación digital, generando mayor o menor suavidad en los resultados. Así mismo, influye de manera notoria en el rendimiento propio de la simulación, que además se ve influenciada por la escogencia en la utilización del tipo de modelización hidráulico o hidrológico.

## VIII. REFERENCIAS

Alley W. M. (1984). On the treatment of evapotranspiration, soil moisture accounting and aquifer recharge in monthly water balance models. *Water Resources Research*, 20 (8), 1137-1149.

Bladé, E., Sánchez, M., Sánchez, H., Niñerola, D., Gómez, M., 2009, *Modelación Numérica en Ríos en régimen permanente y variable*, edicions UPC (ISBN:978-84-9880-389-1).

Chaudhry, M. Hanif, *Open Chanel Flow*, ISBN 0-13-637141-8, Ed. Prentice Hall, 1993.

Fernández, W. , VOGEL, R.M. and SANKARASUBRAMANIAN, A.(2000) 'Regional calibration of a watershed model / Calage régional d'un modèle de bassin hydrologique', *Hydrological Sciences Journal*, 45: 5, 689 — 707.

Caro, C. , Fragala, F., Obregón, N., Aproximación a la estimación de la recarga en los acuíferos mediante la optimización matemática multidimensional de un modelo de balance hídrico. Seminario Internacional La hidroinformática en la gestión integrada de los Recursos hídricos. 2003. Biblioteca virtual de la Organización mundial de la salud (<http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/agua2003/flecha.pdf>)

Beven, K J, 1996, A discussion of distributed hydrological modelling, *Distributed. Hydrological Modelling*, 255-278.