

Sistema de Control de Frenado para un Modelo de Tren

Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín
Facultad de Minas

Esteban Jiménez
esjimenezro@unal.edu.co

Oscar Jaramillo
odjaramilloz@unal.edu.co

Héctor Botero
habotero@unal.edu.co

Jairo Espinosa
jespinov@unal.edu.co

Recepción: 2013 - 02 - 14 | Aceptación: 2013 - 03 - 18

**Para citar este artículo /
To reference this article /
Para citar este artigo.**

Jiménez, Esteban., & Botero, Héctor., & Espinosa, Jaro. (2013). Sistema de control de frenado para un modelo de tren. *Ingenio Magno*. Vol 4,

Resumen — Este documento presenta la aplicación de una técnica de control lineal (ajuste polinomial) para un modelo de sistema de frenado de un tren. En el desarrollo del trabajo se analiza la linealización de la planta alrededor de un punto de operación y se prueba el funcionamiento del controlador sobre el modelo no-lineal. Con base en los resultados, se infieren los respectivos análisis en frecuencia mediante Diagramas de Bode, a partir de los cuales se propone la aplicación de un esquema de control más complejo, teniendo en cuenta la perturbación que más afecta la respuesta del sistema.

Palabras Clave — Ajuste Polinomial, Control en Cascada, Diagrama de Bode, Linealización, Perturbaciones, Sistema de Control de Frenado.

Abstract — This paper presents the application of a linear control technique (polynomial fit) for a model of a brake system of a train. In the developing process, the linearization of the plant around an operating point is analyzed and the controller operation on the non-linear model is tested. Based on the results, the respective analysis are inferred in frequency by Bode Plots from which the application of a more complex control scheme is proposed, taking into account the disturbance that affects the system response.

Keywords — Bode diagram, Brake Control System, Cascade Control, Linearization, Set Polynomial, Shocks.

I. INTRODUCCIÓN

La integración de los sistemas de control de frenado a los sistemas de transporte masivo es un tema que ha tomado gran importancia en la actualidad [1], debido al interés continuo de los proveedores de los servicios de transporte para garantizar la seguridad de los usuarios y así brindar un servicio con calidad.

El diseño de los sistemas de frenado de trenes tiene como prioridad el confort de los usuarios. Dicho confort se puede medir mediante una aceleración o desaceleración máximas permitidas, o mediante los valores máximos y mínimos de sus derivadas. Un estándar que se maneja comúnmente dicta que las aceleraciones o desaceleraciones no deben sobrepasar el valor de 1.2 g [2].

Algunos estudios que han abordado este tipo de problemas se pueden encontrar en [3], donde se presenta un análisis de la construcción de una unidad neumática para el frenado de trenes, utilizando la ley de gases ideales. Asimismo, se propone realizar el parqueo de los trenes en modo automático.

De otro lado, en [4] se propone un sistema de frenado neumático para paradas de precisión en vehículos de trabajo pesado, en el cual se consideran las características no lineales del actuador (sistema neumático) para el diseño de un controlador adaptable. Finalmente, en [5] se propone un sistema antibloqueo, junto a un control de suspensión por modos deslizantes para disminuir los efectos de la perturbación y asegurar distancias de frenado más cortas. En este sentido, aquí se propone un modelo simplificado del frenado de un tren y se diseñan los respectivos controladores en el dominio de la frecuencia con base en métodos clásicos [6], [7], [8]. A partir de los resultados iniciales se propone un esquema de control en cascada con el fin de hacer el sistema más robusto ante las perturbaciones.

El artículo continúa de la siguiente forma: en la sección II se obtiene un modelo simplificado del tren en el frenado, se analiza un punto de operación y se linealiza el modelo alrededor de dicho punto. En la sección III se explica el diseño de una trayectoria de velocidad para el frenado del tren, argumentada bajo el estándar de aceleración mencionado. En la sección IV se muestra el diseño de un controlador por medio de la técnica de Ajuste Polinomial en el dominio de la frecuencia y se analiza el comportamiento del sistema de control mediante simulación. En la sección V se analizan algunos Diagramas de Bode para cuantificar la sensibilidad del sistema de control ante las perturbaciones más influyentes, y a partir de esto, se propone (sección VI) un esquema de control en cascada con prealimentación de perturbaciones y se analizan los resultados de simulación correspondientes.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE FRENADO

A. Obtención del modelo

A continuación se obtiene el modelo matemático del sistema de frenado, el cual consiste en dos ecuaciones

diferenciales. La primera se obtiene de una derivación de la ecuación de los gases ideales aplicada en el sistema del cilindro de frenado, y la segunda corresponde a la aplicación de la segunda ley de Newton para el movimiento del tren:

$$\frac{dP_c}{dt} = k[u_v\sqrt{P_s - P_c} - (1 - u_v)\sqrt{P_c}] \quad (1)$$

$$(m_t + m_p)\dot{v} = F_{motor} - k_{f1}P_c v - k_f P_c - c_p(v - v_v) - k_{fric}(m_t + m_p)g v \cos\theta - (m_t + m_p)g \sin\theta \quad (2)$$

La ecuación 1 representa la dinámica del actuador y la ecuación 2 la dinámica del movimiento del tren. La nomenclatura utilizada y los valores de cada parámetro se ilustran en la Tabla 1. Los datos corresponden a un vagón real de un tren comercial [9].

Tabla 1. Constantes del modelo

Símbolo	Nombre	Valor (unidades)
P_c	Presión del cilindro	Pa (1bar=10 ⁵ Pa)
k	Constante del cilindro	900
u_v	Acción de control	0-1
P_s	Presión del sistema (fuente)	6 bar+/- 0.2 bar
P_A	Presión atmosférica (Medellín)	0.84 bar
m_t	Masa del tren	100500 kg
m_p	Masa de los pasajeros	0 - 82000 kg (0-1260 pasajeros)
k_{f1}	Constante de frenado de Coulomb	0.0028 s ² /m
k_f	Constante de frenado estático	0.62 1/m
c_p	Constante de fricción con el aire	4.855 kg/m
v_v	Velocidad del viento	-70 km/h 70 km/h
k_{fric}	Constante de fricción de los cojinetes	0.001 s/m
g	Aceleración de la gravedad	9.8 m/s ²
θ	Pendiente de la vía	rad
F_{motor}	Fuerza ejercida por el motor de tracción	N
v_{ss}	Velocidad nominal del tren	80 km/h

Fuente: Autor

Cabe aclarar que este es un modelo simplificado ya que no considera el frenado regenerativo. Para este sistema, las variables de estado y las entradas consideradas son:

$$X = \begin{bmatrix} P_c \\ v \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} u_v \\ v_v \\ \theta \\ P_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

B. Linealización del modelo en un punto de operación

El objetivo de control del frenado consiste en lograr una trayectoria para la velocidad de tal que se garantice el confort para los usuarios. Por lo tanto, la linealización se realizará suponiendo que el tren viaja a la velocidad nominal y que los frenos no se encuentran aplicados, ya que el controlador debe ser capaz de llevar la velocidad del tren desde su valor nominal (80 Km/h) hasta cero. Algunas consideraciones para linealizar el modelo son:

- Velocidad del viento nula: $v_v=0[m/s]$.
- Pendiente de la vía nula: $\theta=0[rad]$.
- Masa de los pasajeros: $m_p=13000 [Kg]$, correspondiente a 200 personas.
- Acción de frenado nula para la linealización: $u_v=0$ y $P_c=0 [Pa]$.
- Velocidad nominal: $80 [Km/h]$.

Se puede observar que para este punto de operación, la matriz A de variables de estado tiene una singularidad en un elemento, así:

$$\frac{\partial}{\partial P_c} \left[\frac{dP_c}{dt} \right] = k \left[\frac{-u_v}{2\sqrt{P_s - P_c}} - \frac{(1 - u_v)}{2\sqrt{P_c}} \right] \quad (4)$$

Evaluando la ecuación 3 en $P_c=0 [Pa]$, se llega a una indeterminación. Por lo tanto no se puede linealizar sobre este punto de operación. Para resolver lo anterior, se escoge un valor u_v de lo suficientemente pequeño y con este valor se reajusta de nuevo el punto de operación. Se toma entonces:

$$\begin{aligned} u_v &= 0.01, P_c = 61.2120 [Pa], \\ F_{motor} &= 27157 [N] \end{aligned} \quad (5)$$

Finalmente, se procede a linealizar, obteniéndose las matrices A, B C y D de la representación lineal en variables de estado:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -56.9474 & 0 \\ -6.0195 * 10^{-6} & -1.1702 * 10^{-1} \end{bmatrix} \\ B^T &= \begin{bmatrix} 7.0414 * 10^5 & 0 \\ 0 & 1.9011 * 10^{-3} \\ 0 & -9.8 \\ 5.8098 * 10^{-3} & 0 \end{bmatrix} \\ C &= [0 \quad 1] \\ D &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (6)$$

2. DISEÑO DE LA TRAYECTORIA DE VELOCIDAD PARA EL FRENADO

Teniendo en cuenta que la magnitud de aceleración máxima que se debe presentar en un tren, para el confort de los usuarios, es de $1.2 m/s^2$, se puede escribir:

$$\left| \frac{dv(t)}{dt} \right| \leq 1.2 [m/s^2] \quad (7)$$

Además, para el frenado se debe presentar una desaceleración (i.e. $\frac{dv}{dt} < 0$), y para asegurar que se cumpla la restricción contemplada en la ecuación 4, se tomará una referencia con la siguiente característica:

$$\frac{dv_{ref}(t)}{dt} = -1 \quad (8)$$

Luego, integrando a ambos lados de la ecuación anterior (teniendo en cuenta que se empieza a frenar en $t=0$), se obtiene:

$$v_{ref}(t) = -t + v_0 \quad (9)$$

Se puede observar que la señal de referencia obtenida bajo esta restricción es de tipo rampa decreciente. Sin embargo, se supone que el tren se encuentra a velocidad nominal (aceleración nula) antes del frenado. Luego, si se aplica esta señal tal y como lo muestra la ecuación 5, dicha señal será no diferenciable y provocará cambios abruptos en la aceleración de la máquina. Por tanto, se propone que la referencia de frenado pase suavemente desde la velocidad del tren, un instante antes del frenado, hasta la referencia dada en la ecuación 5.

4. DISEÑO DE UN CONTROLADOR POR EL MÉTODO DE AJUSTE POLINOMIAL

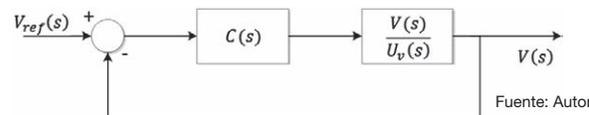
Una de las formas de control lineal más utilizadas es el PID debido a su flexibilidad, amplia aceptación comercial y facilidad de programación en los PLC modernos [6]. En este trabajo se diseña un controlador PI para regular el frenado del modelo del tren considerado por las ecuaciones 1 y 2. Para el diseño del controlador se proponen las siguientes características, las cuales se ajustan a los requerimientos para un tren comercial:

Tabla 2. Características de respuesta deseada en lazo cerrado

Tiempo de establecimiento (ts)	50 [s]
Sobre-pico máximo (Mp%)	0 [%]
Aceleración máxima	1.1 [m/s ²]
Límite de presión en el freno	600000 [Pa]

Fuente: Autor

A continuación se muestra el esquema de control de un grado de libertad para el sistema de frenado del tren.



Fuente: Autor

Figura 1. Esquema realimentado de control.

Obteniendo el polinomio deseado con las características presentadas en la Tabla II, se procede a resolver la ecuación Diophantine, utilizando la función de transferencia de $V(s)/U_v(s)$, y la forma de un controlador PI, con lo cual se obtiene:

$$C_{PI}(s) = -1.9883 - \frac{0.0858}{s} \quad (10)$$

Luego de esto, se procede a probar el funcionamiento del sistema a lazo cerrado con el controlador diseñado. Para ello, la referencia de velocidad presenta la forma propuesta en el apartado III. En la Figura 2 se muestra la velocidad del tren (variable controlada) junto a la señal de referencia.

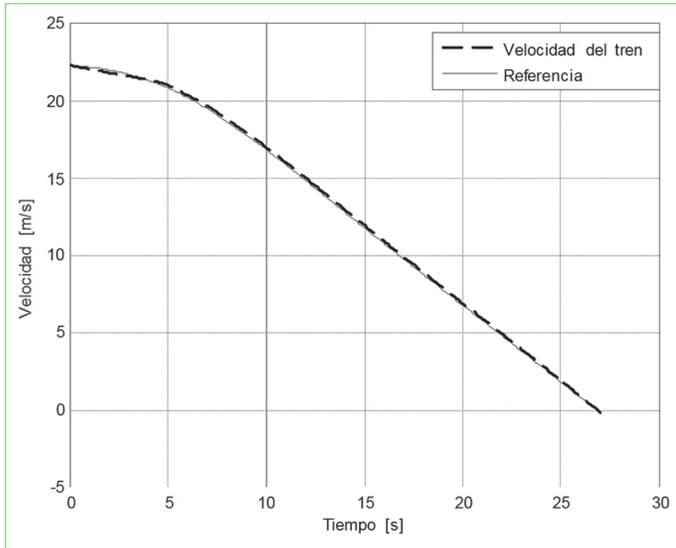


Figura 2. Comparación de la velocidad del tren con la referencia.

Se observa en la Figura 2 que la velocidad del tren sigue de manera adecuada la velocidad de referencia en el sistema a lazo cerrado. En la Figura 3 se muestra la aceleración del modelo del tren.

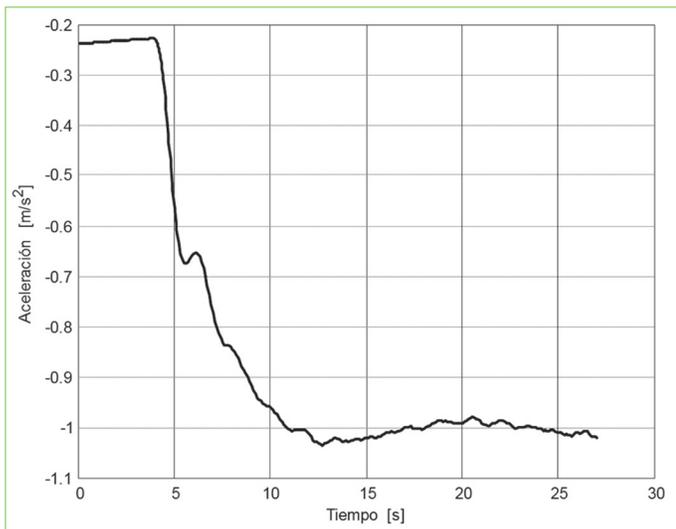


Figura 3. Aceleración del tren en lazo cerrado.

Se observa en la Figura 3 que la aceleración máxima presentada por el tren no sobrepasa (en valor absoluto) la aceleración máxima permitida (1.2 m/s^2). A continuación, en la Figura 4, se muestra el porcentaje de apertura de la válvula (acción de control).

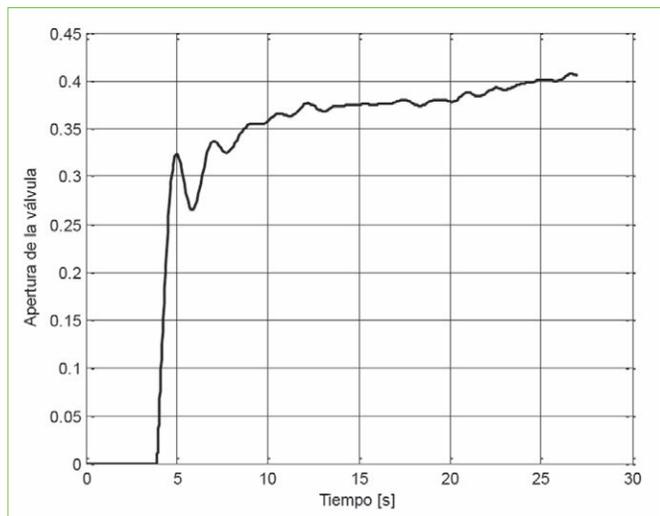


Figura 4. Acción de control.

Se puede notar que la acción de control permanece dentro del rango que debe estar (entre 0 y 1), es decir, la válvula nunca se satura.

5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL SISTEMA DE CONTROL DISEÑADO.

En este apartado se analiza el efecto que tiene la perturbación correspondiente a la pendiente de la vía en el sistema, ya que esta perturbación resultó ser la que más afecta el frenado. Para esto se grafican los correspondientes diagramas de Bode tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, y se cuantifica la reducción de la sensibilidad producida con el esquema de control propuesto. Los resultados se muestran en la Figura 5.

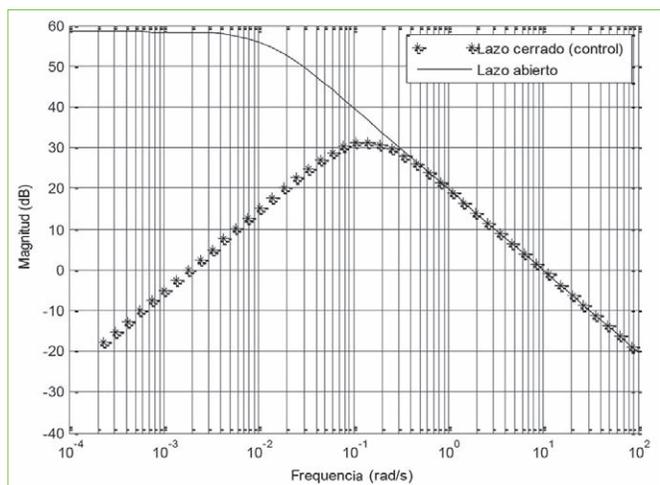


Figura 5. Diagrama de Bode de la velocidad del tren respecto a la pendiente de la vía, comparación lazo cerrado y lazo abierto.

Como se observa en la Figura 5, con el controlador propuesto se logra reducir (a baja frecuencia) la sensibilidad de la velocidad respecto a la pendiente de la vía. Sin embargo, la sensibilidad a esta perturbación sigue siendo considerable (30dB a 10^{-1} rad/s), por lo tanto se plantea una mejora al diseño.

6. DISEÑO DE UN CONTROLADOR EN CASCADA CON PREALIMENTACIÓN DE PERTURBACIONES.

A partir de los análisis realizados en el apartado anterior, se propone un nuevo esquema de control. En este esquema se diseña un sistema de control en cascada, además de la prealimentación de la perturbación correspondiente a la pendiente de la vía (θ), ver Figura 6.

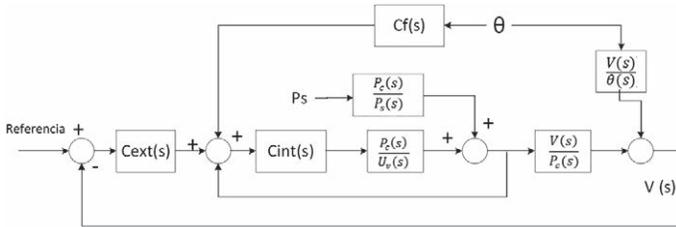


Figura 6. Esquema de control en cascada con prealimentación de perturbaciones.

Dónde:

- $C_{ext}(s)$ es el controlador externo (o controlador maestro).
- $C_{int}(s)$ es el controlador interno (o controlador esclavo).
- $C_f(s)$ es el controlador de prealimentación de la perturbación θ .
- $P_c(s) / P_s(s)$ es la función de transferencia a lazo abierto que relaciona la perturbación correspondiente a la presión de la fuente con la presión del cilindro.
- $V(s) / \theta(s)$ es la función de transferencia a lazo abierto que relaciona la perturbación θ con la velocidad del tren.
- $P_c(s) / U_v(s)$ corresponde a la dinámica del actuador.
- $V(s) / P_c(s)$ corresponde a la dinámica del tren.

El diseño de cada controlador se ilustra a continuación.

A. Diseño de un controlador en cascada

Para el diseño de $C_{int}(s)$ se propone un controlador P para lograr un tiempo de establecimiento en lazo cerrado de $0.01[s]$, con lo cual se obtiene:

$$C_{int}(s) = 0.0006292 \quad (11)$$

Para el diseño del controlador, se propone un tiempo de establecimiento de $30 [s]$ y un sobre-nivel porcentual máximo de 4% , y como estrategia de control un PID. El controlador PID obtenido es el siguiente:

$$C_{ext}(s) = \frac{-7.439 \cdot 10^6 s - 4.746 \cdot 10^7 s - 7.553 \cdot 10^6}{s + 780.3s} \quad (12)$$

Los resultados obtenidos con este esquema de control se ilustran en las Figuras 7 a 9.

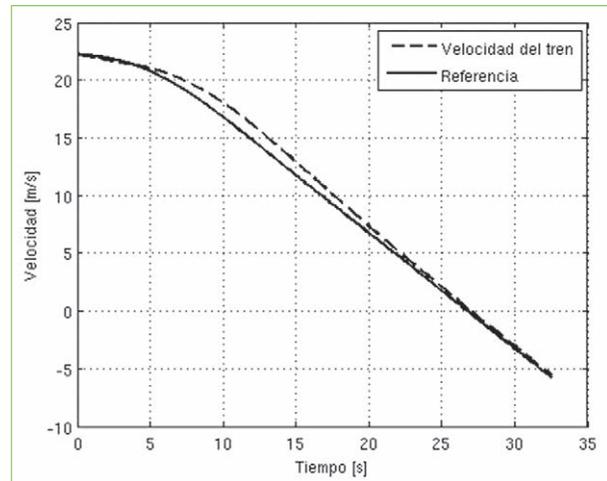


Figura 7. Comparación de la velocidad del tren respecto a la referencia, para el sistema de control en cascada.

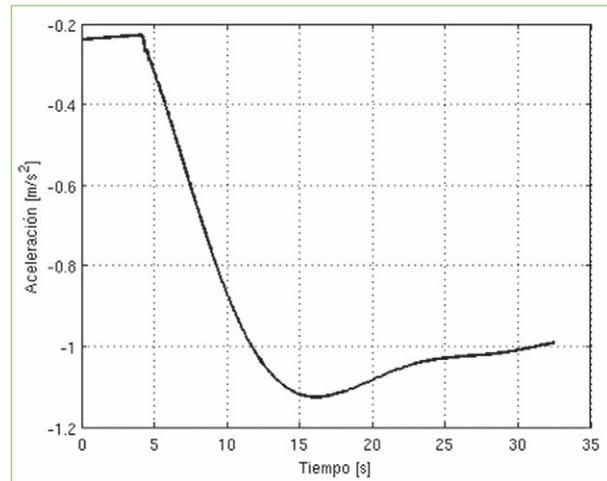


Figura 8. Aceleración del tren en lazo cerrado, para el sistema de control en cascada.

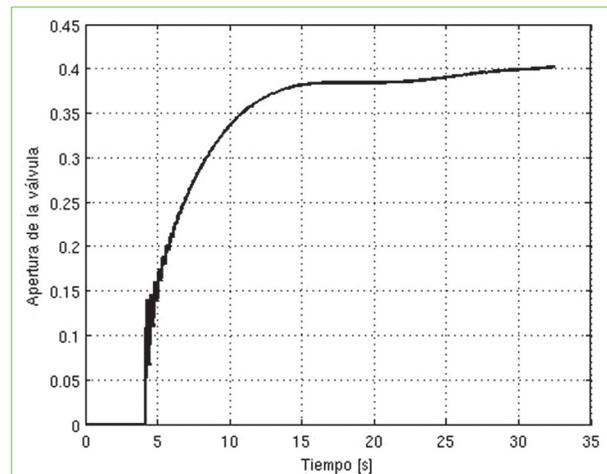


Figura 9. Acción de control, para el sistema de control en cascada.

Comparando los resultados que se obtuvieron con el primer esquema de control propuesto se observa que aunque el primero presenta un seguimiento de referencia mucho más preciso que el segundo, el tren logra frenar en el mismo tiempo. Sin embargo, se observa que la aceleración y la acción de control presentan en este caso comportamientos más suaves y con menos oscilaciones (ver figuras 3, 4, 8 y 9), lo cual se traduce en un aumento de confort para los viajeros. A continuación se diseña un controlador prealimentado para mejorar la respuesta a la perturbación de la pendiente de la vía.

B. Diseño de un controlador de prealimentación para θ

Con la prealimentación de la perturbación θ , se pretende anular el efecto de esta perturbación sobre la variable controlada. De esta manera, se trata de lograr que:

$$\left. \frac{V(s)}{\theta(s)} \right|_{LC} = 0 \quad (13)$$

Lo cual es posible solo si:

$$C_f(s) = - \frac{\left. \frac{V(s)}{\theta(s)} \right|_{LA}}{\frac{C_{int}(s) \frac{P_c(s)}{U_v(s)}}{1 + C_{int}(s) \frac{P_c(s)}{U_v(s)}} * \frac{V(s)}{P_c(s)}} \quad (14)$$

Donde LC denota 'lazo cerrado' y LA denota 'lazo abierto'. El controlador $C_f(s)$ obtenido, para la prealimentación de la variable θ , es el siguiente:

$$C_f(s) = \frac{-(9.8s + 4900s + 57.34)}{4.558 * 10^{-4}s + 2.667 * 10^{-3}s + 3.121 * 10^{-5}} \quad (15)$$

La comparación de los Diagramas de Bode de los diferentes esquemas de control, se muestra en la siguiente figura.

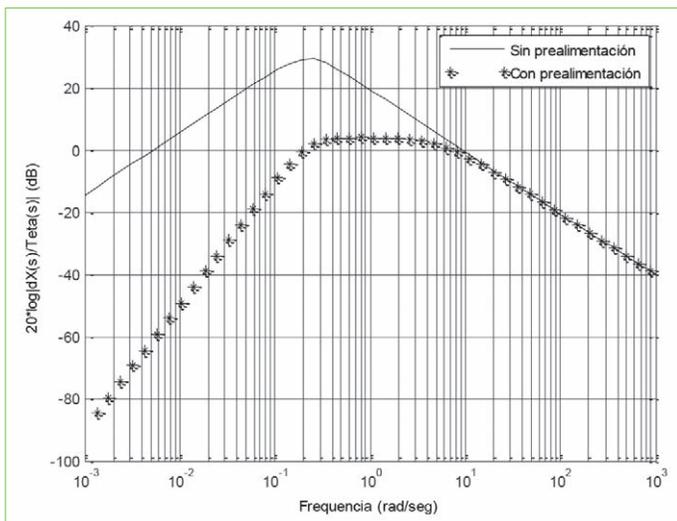


Figura 10. Comparación de los Diagramas de Bode de la Velocidad respecto a la Pendiente de la vía con control prealimentado y sin control prealimentado.

Del diagrama de Bode mostrado en la Figura 10, se puede concluir como la sensibilidad ante la perturbación θ , del sistema con el esquema de control prealimentado, se disminuye notablemente a baja frecuencia, por el orden de 30 dB aproximadamente, con respecto al sistema sin prealimentación.

Para la simulación del comportamiento de este nuevo esquema de control, se asume que la perturbación θ se puede medir usando un GPS y un mapa de la vía. La simulación se realiza suponiendo que el valor de θ varía como función de la posición ($\theta = 3 * \sin(\pi * x/100)$ grados), siendo el $x=0$ punto donde inicia el frenado. Los resultados de simulación se muestran en las Figuras 11 a 14.

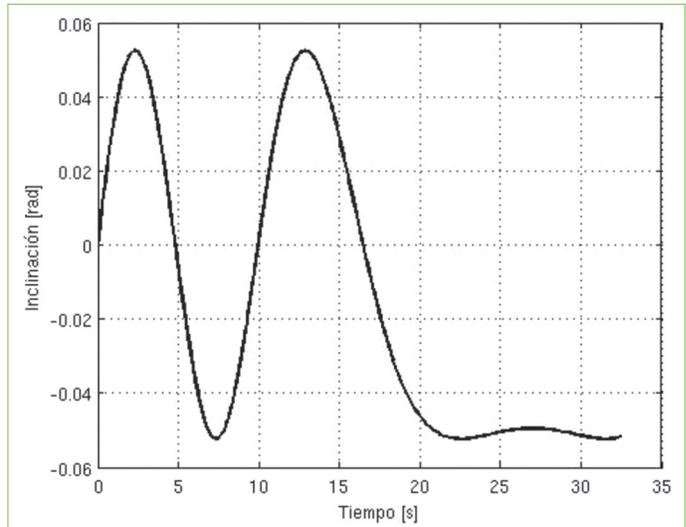


Figura 11. Pendiente de la vía en el tiempo.

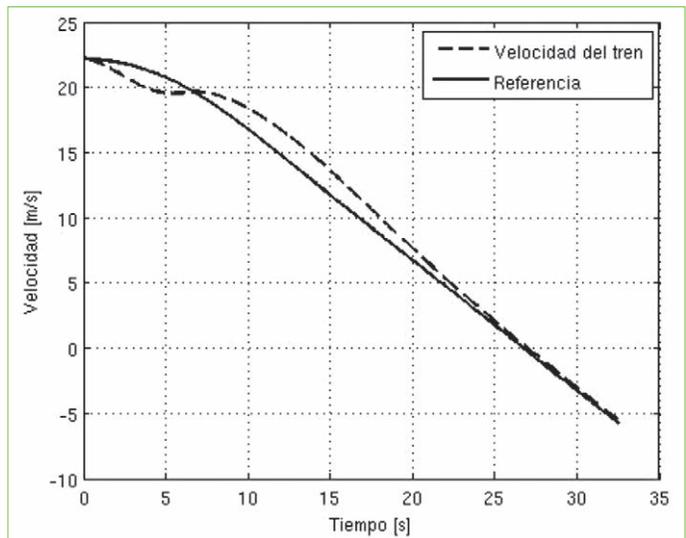


Figura 12. Velocidad del tren en el frenado con la perturbación mostrada en la Figura 12.

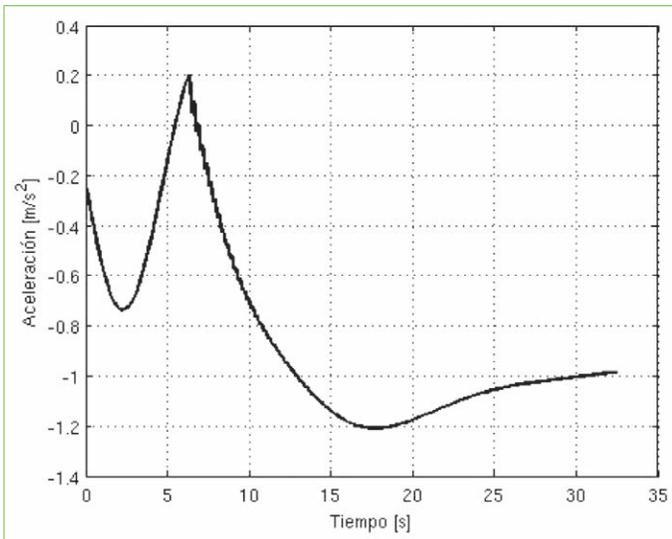


Figura 13. Aceleración del tren en el frenado con la perturbación mostrada en la Figura 12.

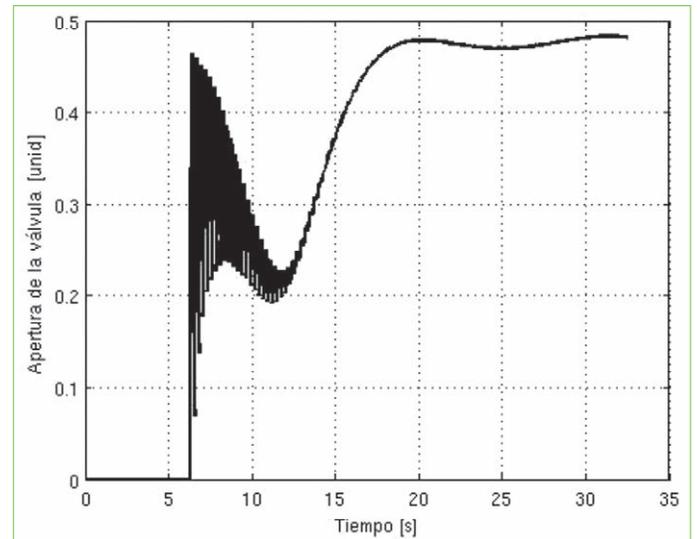


Figura 14. Apertura de la válvula en el frenado con la perturbación mostrada en la Figura 12.

Analizando los resultados obtenidos en las figuras 12, 13 y 14, se observa que con el sistema de control prealimentado la aceleración no supera el valor límite considerado ($1.2m/s^2$), y el tren logra frenar en el tiempo impuesto por la referencia. Además, la acción de control sólo se encuentra saturada los primeros segundos, esto es debido a que en los primeros segundos la pendiente de la vía comienza a ser positiva y dado que $C_f(s)$ produce acciones inversas se produce una presión de referencia negativa, lo cual no es posible debido al saturador impuesto, el cual impone que la acción de control permanezca entre $[0,1]$.

7. CONCLUSIONES

Los esquemas de control propuestos son suficientes para esta aplicación.

De acuerdo a los resultados exhibidos en la sección VI, se concluye que toda la información que provea el modelo es útil para el diseño de sistemas de control, pues como se evidencia allí, con la estructura de control propuesta se logra reducir en gran medida (30 dB) la sensibilidad ante la perturbación correspondiente a la pendiente de la vía, respecto al sistema de control diseñado en la sección IV.

Generalmente, al diseñar sistemas de control, no se tiene mucho cuidado en cuanto a un diseño apropiado de la referencia. En la sección III se mostró un diseño basado en un indicador para el confort de los usuarios (máxima aceleración transversal en un tren) y se observó en las simulaciones a lo largo de este trabajo que dicho diseño es válido.

REFERENCIAS

1. K. Lee, Y. Kim, J. Jang. (2009). "A study of integrated chassis control Algorithm with Brake Control and Suspension Control Systems for vehicle stability and handling performance", ICROS-SICE International Joint Conference, Japan.
2. I.A. Carrascal, F. Gutiérrez, S. Salcedo, J.A. Polanco, (2006). "Optimización y Análisis de Comportamiento de Sistemas de Sujeción para Vías de Ferrocarril de Alta Velocidad Española", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander.
3. J. Zuo, M. Wu, H. Peng, Z. Chen, (2010). "Feedback Control of Pneumatic Brake of Urban Railway Train Under ATO Mode", ICEEE.
4. F. Bu, H. Tan (2007). "Pneumatic Brake Control for Precision Stopping of Heavy-Duty Vehicles", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 15, January.
5. J. D. Sánchez, A. G. Loukianov, J. Ruiz, J. Rivera. (2011). "ABS + Active Suspension Control via Sliding Mode and Linear Geometric Methods for Disturbance Attenuation", CDC-ECC.
6. K. Astrom, T. Hagglund (1995). "PID Controllers: Theory, Design and Tuning". 2nd Edition. ISA.
7. V. Mazzone, (2003). "Estructuras prácticas de control SISO", Universidad Nacional de Quilmes.
8. G. C. Godwin, S. F. Graebe, M. E. Salgado. (2000). "Control System Design", Valparaíso.
9. M. Cifuentes (2013). "Aplicativo para el Análisis del Consumo Energético de los Trenes de Primera Generación del Metro de Medellín", Tesis de Pregrado, UPB, Medellín.