



# Análisis y Obtención del Modelo Matemático de un Compensador Activo Monofásico en Derivación basado en Funciones de Conmutación y en Espacio de Estados Promediados

Jiménez L., Fabián R.

Universidad Santo Tomás Seccional Tunja, Grupo de investigación EICIT.

Para citar este artículo / To  
reference this article / Para citar  
este artículo

Jiménez, L.Fabian R. (2012).  
Análisis y Obtención del Modelo  
Matemático de un Compensador  
Activo Monofásico en Derivación  
basado en Funciones de  
Conmutación y en Espacio de  
Estados Promediados. Ingenio  
Magno. Vol.3, pp. 26-39.  
Universidad Santo Tomás Tunja -  
CIIAM.

Recepción: 2011-08-15 |  
Aceptación: 2011-10-23

## Resumen

— En este trabajo se presenta el análisis matemático del modelo de un Filtro Activo de Potencia Monofásico en Derivación a partir de dos métodos: primero utilizando funciones de conmutación y segundo mediante el método de espacio de estados promediado.

## Abstract

— This work describes the Shunt Single Phase Active Power Filter mathematical analysis, made to obtain its model from two different methods, first using switching functions and then using the state space averaging method.

Keywords— Active Power Filter, Mathematical Model, Switching Functions, State Space Averaging.

## I. INTRODUCCIÓN

La cancelación o mitigación de componentes armónicas de corriente o voltaje en las redes de alimentación de corriente alterna puede realizarse utilizando filtros pasivos o activos. Las técnicas de filtrado pasivo han sido usadas por largo tiempo y han consistido en el uso de condensadores, inductores y resistores para cancelar los armónicos de alto orden y reducir los problemas de calidad de la energía, teniendo limitaciones como su gran tamaño y peso, costos elevados de implementación, compensación fija, y problemas de resonancia con cargas y redes eléctricas.

En la actualidad se han establecido técnicas para la reducción de armónicos mediante el uso de tecnologías de electrónica de potencia y control electrónico que se materializan en convertidores controlados denominados filtros o compensadores activos.

Los Filtros Activos de Potencia (FAP) se pueden clasificar de acuerdo a la naturaleza de las señales que manipulan en monofásicos y trifásicos; y también se pueden categorizar de acuerdo a la topología de convertidor que utilizan para compensar, bien sea con Inversor Alimentado por Corriente (CSI – Current Source Inverter) o con Inversor Alimentado por Voltaje (VSI – Voltage Source Inverter).

En este documento se analiza el modelamiento matemático de un FAP VSI, que usa un condensador como elemento almacenador de energía en configuración paralela o en derivación (Shunt) como se muestra en la Figura 1.

En donde  $V_s$ ,  $i_s$ ,  $R_s$ ,  $L_s$ , corresponden a la tensión, corriente, resistencia e inductancia de la fuente de alimentación;  $C$  el condensador de continua;  $L_f$  el inductor de acople de corriente,  $i_f$  la componente de corriente armónica inyectada por el filtro activo de potencia a la carga no lineal y por ultimo  $i_l$  es la corriente en la carga no lineal.

A continuación se realiza la descripción analítica de la obtención del modelo matemático de este convertidor de potencia en donde se relacionan las variables de entrada y las variables de salida del mismo, mediante la aplicación de dos técnicas utilizadas para sistemas electrónicos de potencia: el método que utiliza funciones de conmutación y el método que usa espacio de estados promediado.

## II. ANÁLISIS MODELO MATEMÁTICO DEL FAP

Algunos estudios han sido realizados para analizar el comportamiento de los filtros activos, donde la mayor parte de la investigación ha sido orientada en el modelado del sistema de control y principios de funcionamiento de los filtros activos.

Para el diseño de los controladores del FAP es necesario partir de un modelo aproximado del convertidor que tenga en cuenta las dinámicas de su estructura. Los estados de operación del FAP paralelo pueden ser analizados de dos formas en modo unipolar o en modo bipolar. Para el modo bipolar, los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  o  $Q_2$  y  $Q_3$  se energizan simultáneamente y los IGBT de cada rama tales como  $Q_1$ ,  $Q_3$  y  $Q_2$ ,  $Q_4$  se activan en forma complementaria. La tensión a través de

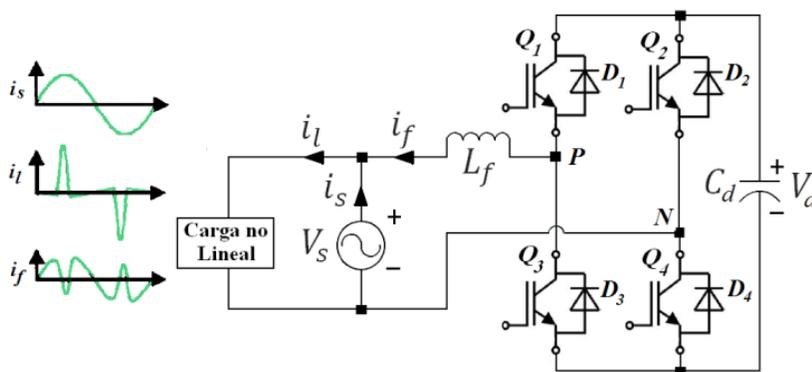


Figura 1. Esquema de un Filtro Activo de Potencia Monofásico con Inversor Alimentado por Voltaje en configuración Paralela.  
Fuente: Autor del Proyecto.

los terminales  $P$  y  $N$ ,  $V_{PN}$  varía entre  $V_d$  y  $-V_d$  en su modo de operación bipolar.

Cuando el FAP está en marcha y la tensión de la red varía de polaridad, se establecen cuatro posibles estados de operación que se definen de acuerdo a las formas de onda de tensión en la red  $v_s$  y la corriente que circula en la carga  $i_l$  (López, 2009; Qiao, Smedley & Maddaleno, 2001). Los estados de operación del FAP se muestran en las Figuras 2 y 3 descritas a continuación:

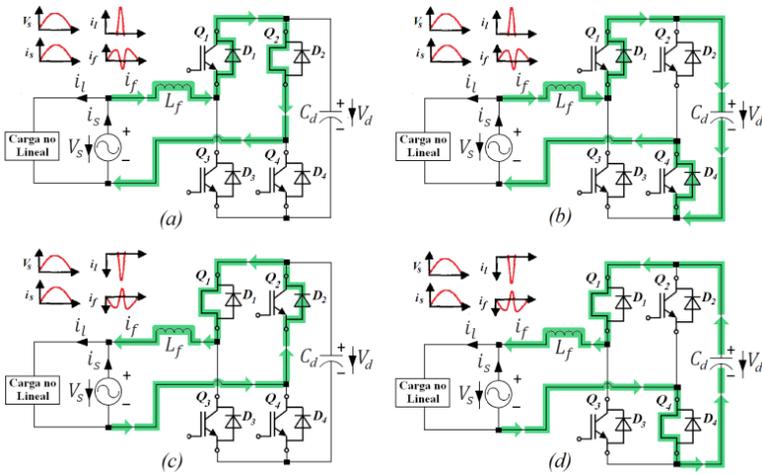


Figura 2: Circuito Equivalente del FAP durante cada ciclo de conmutación. (a)  $v_s > 0$  e  $i_l > 0$  en estado de carga de  $C_d$ ; (b)  $v_s > 0$  e  $i_l < 0$  en estado de descarga; (c)  $v_s < 0$  e  $i_l < 0$  en estado de carga; (d)  $v_s < 0$  e  $i_l > 0$  en estado de descarga. Fuente: Autor del Proyecto.

### A. Estado de Operación $v_s > 0$ e $i_l > 0$

Donde el FAP opera con tensión positiva de la red y el sentido del flujo de corriente se dirige hacia el filtro para cargar el condensador  $C_d$ . Se aprecian dos modos de operación: en modo de operación unipolar, cuando los IGBT  $Q_1$ ,  $Q_3$  y  $Q_4$  están en estado inactivo y el IGBT  $Q_2$  está en estado activo, el diodo en

antiparalelo  $D_1$  se polariza en forma directa permitiendo que fluya corriente hacia el filtro para admitir la carga del condensador  $C_d$  con la energía apropiada requerida como se muestra en la Figura 2a.

En segundo caso si todos los IGBT están en estado inactivo se podría prever el flujo de corriente mostrado en la Figura 2b para descargar el condensador  $C_d$ , pero gracias a que  $C_d$  está polarizado por una tensión  $V_d > V_s$ , los diodos  $D_1$  y  $D_4$  estarían polarizados inversamente y no habría conducción.

### B. Estado de Operación $v_s > 0$ e $i_l < 0$ :

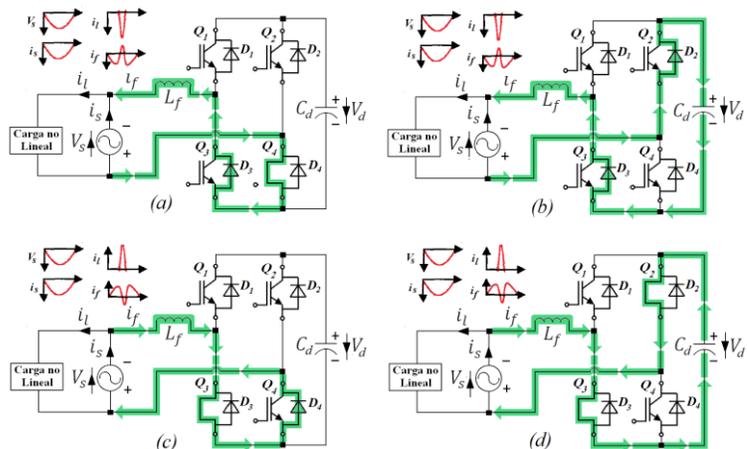
Donde el FAP opera con tensión positiva de la red y el sentido de circulación de la corriente procede del filtro, permitiendo la descarga del condensador  $C_d$ . En modo unipolar, (Figura 2c) los IGBT  $Q_2$ ,  $Q_3$  y  $Q_4$  están en estado inactivo y el IGBT  $Q_1$  está en estado activo, el diodo en antiparalelo  $D_2$  se polariza en forma directa permitiendo que fluya corriente desde el filtro, y garantiza nuevamente la carga del condensador  $C_d$ .

En modo bipolar, los IGBT  $Q_2$  y  $Q_3$  están en estado inactivo y los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  en estado activo asegurando la descarga del condensador  $C_d$  y por consiguiente la inyección de corriente hacia la red y la carga no lineal como se aprecia en la Figura 2d.

### C. Estado de Operación $v_s < 0$ e $i_l > 0$

Donde el FAP opera con tensión negativa de la red y el sentido del flujo de corriente circula hacia el filtro, en este caso se produce la carga del condensador  $C_d$ . En modo de operación unipolar, cuando los IGBT  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$  están en estado inactivo y el IGBT  $Q_4$  está en estado activo, el diodo en antiparalelo

Figura 3: Circuito Equivalente del FAP durante cada ciclo de conmutación. (a)  $v_s < 0$  e  $i_l < 0$  en estado de carga de  $C_d$ ; (b)  $v_s < 0$  e  $i_l < 0$  en estado de descarga; (c)  $v_s < 0$  e  $i_l > 0$  en estado de carga; (d)  $v_s < 0$  e  $i_l > 0$  en estado de descarga. Fuente: Autor del proyecto.



$D_3$  se polariza en forma directa permitiendo que fluya corriente hacia el filtro para admitir la carga del condensador  $C_d$  con la energía apropiada requerida como se muestra en la Figura 3a.

En segundo caso si todos los IGBT están en estado inactivo se podría prever el flujo de corriente mostrado en la Figura 3b para descargar el condensador  $C_d$ , pero gracias a que  $C_d$  esta polarizado por una tensión  $V_d > V_s$ , los diodos  $D_2$  y  $D_3$  estarían polarizados inversamente y no habría conducción.

#### D. Estado de Operación $v_s < 0$ e $i_1 > 0$

Donde el FAP opera con tensión negativa de la red y el sentido del flujo de corriente procede del filtro, permitiendo la descarga del condensador  $C_d$ . En modo unipolar, (Figura 3c) los IGBT  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_4$  están en estado inactivo y el IGBT  $Q_3$  está en estado activo, el diodo en antiparalelo  $D_4$  se polariza en forma directa permitiendo que fluya corriente desde el filtro, y garantiza nuevamente la carga del condensador  $C_d$ .

En modo bipolar, los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  están en estado inactivo y los IGBT  $Q_2$  y  $Q_3$  en estado activo asegurando la descarga del condensador  $C_d$  y por consiguiente la inyección de corriente hacia la red y la carga no lineal como se aprecia en la Figura 3d.

### III. MODELO DEL FAP BASADO EN FUNCIONES DE CONMUTACIÓN

La relación entre los parámetros de entrada (variables independientes), correspondiente a señales de control moduladas PWM, y parámetros de salida (variables dependientes), que corresponden a señales entregadas por el FAP tales como las corrientes y tensiones resultantes, se expresan a través de funciones de conmutación (Joós, 1998; Lee & Ehsani, 2001). Todos los interruptores de potencia en el sistema se sustituyen por las funciones de conmutación y, de esta manera, el sistema se modela basado en estas funciones. Al utilizar las funciones de conmutación:

- Ningún aproximación del interruptor es necesaria.
- La mayoría de las ecuaciones del sistema son lineales.
- Se alcanza una muy buena y rápida aproximación del sistema.

- Se aplica para cualquier esquema de conmutación.
- Se evitan los problemas de convergencia y elevado tiempo de ejecución en la simulación.

El modelamiento del FAP se realiza utilizando el modelo de conmutación de los dispositivos interruptores de potencia (IGBT) controlados por las funciones de conmutación que se obtienen mediante el uso de uno de los tantos patrones de generación de señales basadas en modulación PWM disponibles como son el control PWM por histéresis, control PWM basado en señal triangular portadora y control espacial vectorial PWM, entre otras, que son generadas por el controlador.

#### A. Modelo de los Interruptores controlados por PWM

Los IGBT controlados por las funciones de conmutación PWM cuyo modelo simplificado se ilustra en la Figura 4a, se pueden considerar como elementos no lineales de tres terminales compuestos por un interruptor activo y uno pasivo interconectados. A sus terminales se les asignan las etiquetas  $a$ ,  $p$  y  $c$  que se refieren respectivamente al terminal activo, pasivo y común.

En la Figura 4b, el parámetro  $D$  corresponde al ciclo de trabajo o tiempo efectivo de conducción asociado con el interruptor activo, y  $D'$  ( $D' = 1 - D$ ) el ciclo de trabajo para el interruptor pasivo (Vorperian, 1990).

Los puertos de entrada y salida del interruptor PWM se designan en puertos de voltaje y de corriente, y las relaciones invariantes entre estos puertos pueden ser establecidas para operar en modo de conducción continua (Continuous Conduction Mode - CCM), es decir, el interruptor opera teniendo en cuenta

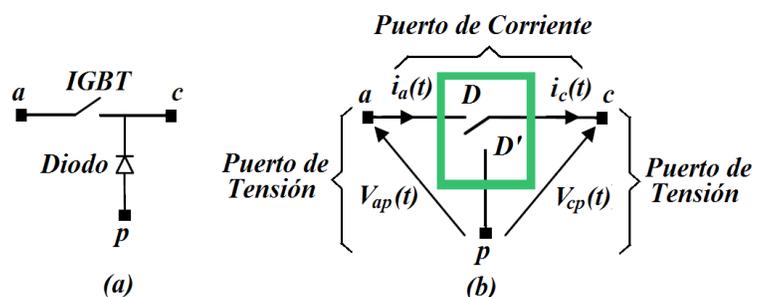


Figura 4: Modelo IGBT: (a) Elementos activo y pasivo; (b) Interruptor PWM. Fuente: Autor del Proyecto.

que la corriente en el terminal común c es diferente de cero como se aprecia en la Figura 5.

Se observa que la corriente instantánea en el terminal activo a es siempre igual a la corriente del terminal común c durante el intervalo de tiempo  $DT_s$ , donde  $T_s$  es un periodo de conmutación, y que las tensiones instantáneas  $v_{ap}(t)$  y  $v_{cp}(t)$  son siempre coincidentes durante el mismo intervalo de tiempo. De esta manera, las relaciones invariantes en el tiempo vienen dadas por (1) y (2).

$$i_a(t) = \begin{cases} i_c(t), & 0 \leq t < DT_s \\ 0, & DT_s \leq t < T_s \end{cases} \quad (1)$$

$$v_{cp}(t) = \begin{cases} v_{ap}(t), & 0 \leq t < DT_s \\ 0, & DT_s \leq t < T_s \end{cases} \quad (2)$$

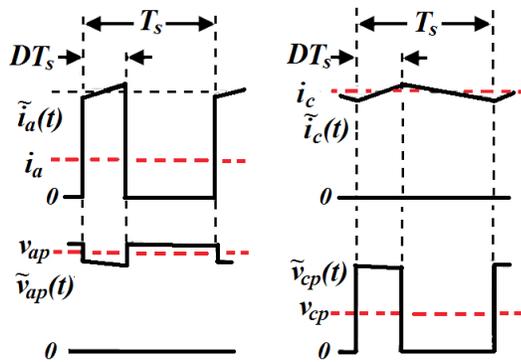


Figura 5: Relación entre los terminales de los puertos de tensión y corriente del modelo de un interruptor PWM. Fuente: Autor del Proyecto.

Adicionalmente, en relación con la tensión  $v_{ap}$  se puede establecer que sus terminales están conectados a una fuente de tensión o un condensador, lo que podría introducir una resistencia equivalente  $r_e$  entre los terminales a y p. Considerando el intervalo  $DT_s$ , las relaciones invariantes de las magnitudes promedio están dadas por (3) y (4).

$$i_a = di_c \quad (3)$$

$$v_{cp} = d(v_{ap} - i_c r_e d') \text{ si } r_e \neq 0 \quad (4)$$

$$\hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{d} + \hat{i}_c r_e d' - [V_{ap} + I_c(D - D')r_e] \frac{\hat{d}}{D} = \frac{\hat{v}_{cp}}{d} + \hat{i}_c r_e d' - V_D \frac{\hat{d}}{D}$$

Donde  $d$  es el valor del ciclo de trabajo promedio y  $d'$  el ciclo de trabajo del interruptor pasivo es, es decir,  $d' = (1 - d)$ . Suponiendo que el ciclo de trabajo es constante, es decir,

$d = D$  y que los valores promedio de voltaje y corriente en los terminales del interruptor PWM sufren perturbaciones debido a las variaciones de voltajes de entrada o de la carga, se pueden introducir a (3) y (4) estas perturbaciones estableciendo las siguientes relaciones:

$$\hat{i}_a = D\hat{i}_c \quad (5)$$

$$\hat{v}_{cp} = D(\hat{v}_{ap} - \hat{i}_c r_e D') \quad (6)$$

Estas ecuaciones corresponden al modelo equivalente del interruptor PWM para valores promedio y ciclo de trabajo constante, que se muestra en la Figura 6.

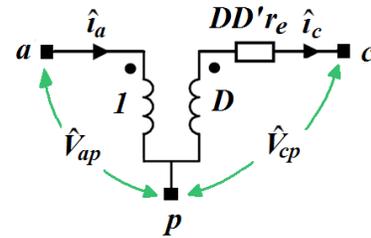


Figura 6: Circuito equivalente del modelo de interruptor PWM para valores promedio y ciclo de trabajo constante. Fuente: Autor del Proyecto.

Suponiendo que el ciclo de trabajo presenta pequeñas variaciones, y que afectan tanto a las corrientes  $i_a$  e  $i_c$ , como a las tensiones  $v_{ap}$  e  $v_{cp}$ , la aplicación de estas perturbaciones (en el ciclo de trabajo) se incluyen también en (3) y (4) así:

$$\hat{i}_a = D\hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (7)$$

$$\hat{v}_{cp} = D(\hat{v}_{ap} + I_c r_e \hat{d} - \hat{i}_c r_e D') + \hat{d}(V_{ap} - I_c r_e D') = D\hat{v}_{ap} - \hat{i}_c r_e D D' + V_D \hat{d} \quad (8)$$

Que despejando  $v_{ap}$  en (8) se puede reordenar esta expresión así:

$$\hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \hat{i}_c r_e D' - [V_{ap} + I_c(D - D')r_e] \frac{\hat{d}}{D} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \hat{i}_c r_e D' - V_D \frac{\hat{d}}{D} \quad (9)$$

$$V_D = V_{ap} + I_c(D - D')r_e \quad (10)$$

A partir del análisis anterior se obtiene el modelo equivalente del interruptor PWM de DC y baja señal que se muestra gráficamente en la Figura 7.

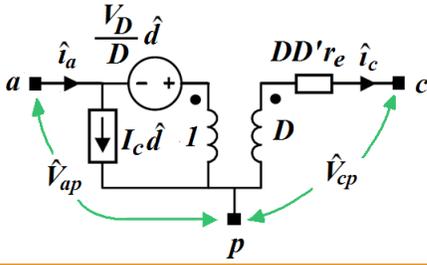


Figura 7: Circuito equivalente del modelo del interruptor PWM para variaciones del ciclo de trabajo  $d$ . Fuente: Autor del Proyecto.

El modelo del interruptor PWM es flexible y permite la inclusión de elementos parásitos, tales como la resistencia de los interruptores (activos y pasivos) y sus terminales, las cuales se ilustran en la Figura 8 a continuación. El terminal común  $c$  estará conectado en serie con la resistencia  $r_s$  durante el periodo  $D$ , y en el período de  $D'$  con la resistencia  $r_D$ , por lo tanto la resistencia efectiva en el terminal común es  $Dr_s + D'r_D$ , lo cual permite expresar la relación entre los voltajes promedio de los terminales de (4) así:

$$v_{cp} = d(v_{ap} - i_c r_e d' - i_c r_s) - d' i_c r_D \quad (11)$$

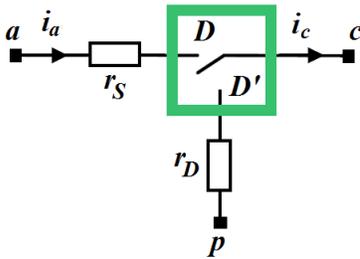


Figura 8: Interruptor PWM incluyendo resistencias parásitas en elemento activo  $a$  y pasivo  $p$ . Fuente: Autor del Proyecto.

Entonces, si una perturbación en el ciclo de trabajo  $d$  se presenta, se pueden obtener (12) a (14) mediante manipulación matemática, en donde la relación para los terminales de corriente permanece inalterada por la inclusión de las resistencias parásitas  $r_s$  y  $r_D$  permitiendo que se mantenga la forma de (10) así:

$$V_D = V_{ap} + I_c (D - D') r_e + I_c (r_D - r_s) \quad (12)$$

$$r_a = Dr_s + D'r_D + DD'r_e \quad (13)$$

$$\hat{v}_{ap} = \frac{\hat{v}_{cp}}{D} + \frac{i_c r_a}{D} - V_D \frac{\hat{d}}{D} \quad (14)$$

Las ecuaciones (12) a (14) corresponden ahora al modelo del interruptor PWM con elementos parásitos que se representa en la Figura 9.

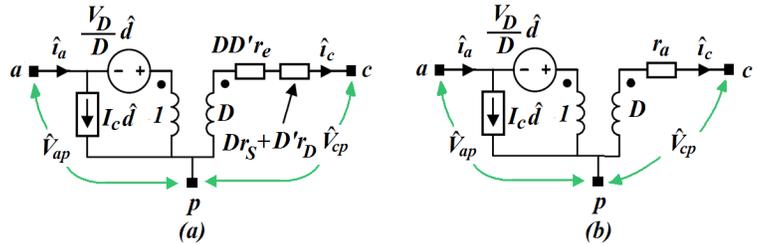


Figura 9: Circuito equivalente del modelo del interruptor PWM incluyendo resistencias parásitas. (a) Explícitas. (b) Agrupadas. Fuente: Autor del Proyecto.

## B. Modelo de Conmutación del FAP Paralelo Monofásico.

Teniendo el diagrama del FAP paralelo mostrado en la Figura 1, y estableciendo que opera en modo de conducción continua (CCM) y con modulación PWM de tipo bipolar (2 niveles de voltaje), se tiene en cuenta que los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  se activan simultáneamente y de igual manera en forma complementaria, los IGBT  $Q_2$  y  $Q_3$ . En este sentido, el ciclo de trabajo  $D$  se asigna para los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  y su complemento  $D' = (1 - D)$  para el par  $Q_2$  y  $Q_3$ .

Cada IGBT es unidireccional y conduce la corriente en una dirección opuesta al sentido de circulación de corriente de su respectivo diodo en antiparalelo. Se admite también que la carga no lineal posee las características de una fuente de corriente. Esto permite descomponer el inversor, el inductor de inyección de corriente  $L_p$ , la fuente de alimentación y la carga de los demás componentes, facilitando su análisis y descripción en términos de ecuaciones. La Figura 10 presenta el inversor VSI con sus etapas de operación durante un período de conmutación  $T_s$ . Mientras que  $Q_1$  y  $Q_4$  están energizados,  $Q_2$  y  $Q_3$  se desactivan y los diodos  $D_2$  y  $D_3$  son polarizados inversamente por la tensión  $V_{\sigma}$ .

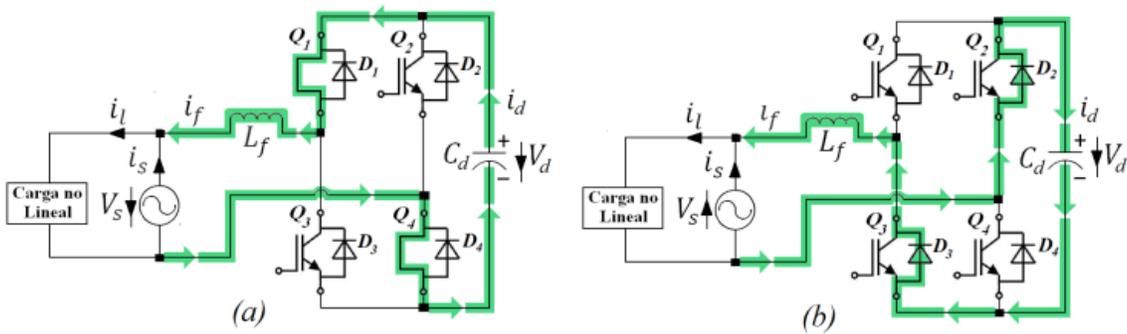


Figura10: Estados de Operación del FAP Monofásico con VSI en un periodo de conmutación.  
Fuente: Autor del Proyecto.

Cuando la corriente en el inductor de inyección  $i_i > 0$ , los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$  conducen durante el intervalo  $DT_s$ , y los diodos  $D_2$  y  $D_3$  lo hacen durante el intervalo complementario  $(1 - D)T_s$ . Esto da lugar al circuito equivalente de la Figura 11a, donde se resaltan los pares de interruptores activos y pasivos que constituyen el interruptor PWM.

situación define el circuito de la Figura 11b donde se resaltan los pares de interruptores activos y pasivos que constituyen el interruptor PWM. Con el análisis previo se establecen las celdas de conmutación del FAP reemplazando cada IGBT por su modelo de conmutación expuesto en la figura 7 donde se identifican los terminales  $a$ ,  $p$  y  $c$ , que se añaden al circuito equivalente de la Figura 11a para obtener el circuito equivalente mostrado en la Figura 12.

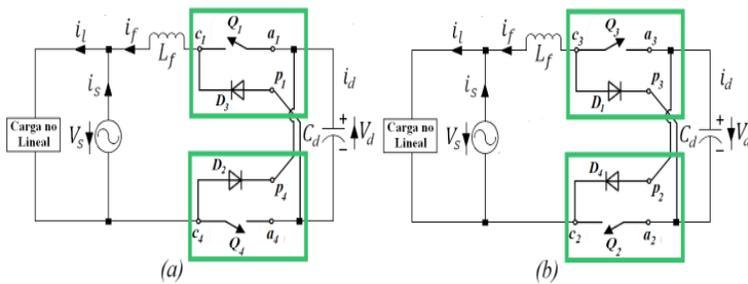


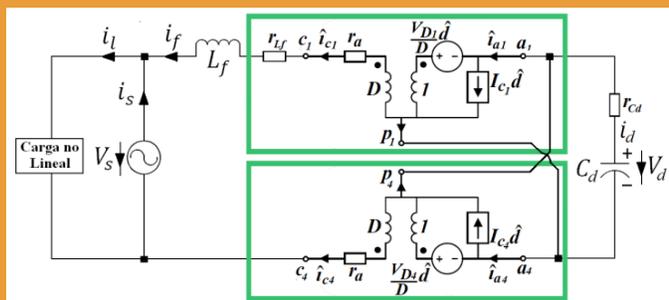
Figura 11. Circuito equivalente del FAP Monofásico en paralelo cuando: (a)  $i_f > 0$  y (b)  $i_f < 0$ .  
Fuente: Autor del Proyecto.

Las pérdidas en el condensador  $C_d$  del bus de continua están representadas por su resistencia equivalente en serie  $r_{Cd}$ . Se observa que esta resistencia corresponde a la resistencia  $r_e$  del modelo del interruptor PWM. A su vez la resistencia  $r_a$  incluye la resistencia equivalente en serie del condensador  $C_d$  ( $DD'r_e$ ), conectado entre los terminales  $a$  y  $p$ , y las resistencias de conducción del interruptor activo y pasivo. En el circuito equivalente del inversor se incluye también la resistencia  $r_{Lr}$  que corresponde a la resistencia del inductor

Por otra parte, cuando en el circuito de la figura 11 la corriente en el inductor  $L_r$  circula en sentido contrario es decir,  $i_f < 0$ , los IGBT  $Q_2$  y  $Q_3$  se energizan, y se deshabilitan los IGBT  $Q_1$  y  $Q_4$ . En esta situación los diodos  $D_1$  y  $D_4$  se polarizan inversamente por la tensión  $V_d$ . Para  $i_f < 0$ , los IGBT  $Q_2$  y  $Q_3$  conducen durante el intervalo  $(1 - D)T_s$  y los diodos  $D_1$  y  $D_4$  lo hacen durante el intervalo de  $DT_s$ . Esta

$L_r$ . Las variables  $\hat{v}_s$ ,  $\hat{v}_d$  e  $\hat{i}_f$  indican las perturbaciones sobre la tensión de la red, la tensión del bus de continua y la corriente que circula por el inversor. Mientras los parámetros resistivos del modelo sean parejos para todos los interruptores, se puede esperar que los circuitos de la Figura 11 se comporten de

Figura 12. Circuito equivalente del FAP mediante el remplazo del modelo de interruptor. Fuente: Autor del Proyecto.



manera similar al mostrado en la Figura 12 para el análisis del inversor de tensión del FAP.

### C. Análisis DC del Inversor de tensión del FAP

El modelo genérico de la Figura 12 permite obtener las diferentes relaciones a gran señal de interés para verificar el comportamiento del VSI del FAP. Para el análisis DC se obtiene el circuito presentado en la Figura 13. Este análisis adopta las siguientes condiciones:

- El inductor  $L_f$  se comporta como un corto circuito y se tiene en cuenta su resistencia interna  $r_{Lf}$ ;
- El condensador  $C_d$  se comporta como un circuito abierto y su resistencia equivalente en serie  $r_{Cd}$  es considerada;
- El ciclo de trabajo de la señal de conmutación se considera constante,  $d = D$ ;
- La tensión de la red  $v_s$  tiene un valor constante  $v_s = V_s$ ;
- La tensión  $v_d$  del condensador  $C_d$  tiene un valor constante  $v_d = V_d$ ;

De las condiciones establecidas en el circuito de la Figura 13 y las expresiones (7) y (11) se tiene el siguiente análisis:

- Para el IGBT  $Q_1$ ;

$$I_{a1} = DI_{c1} \quad (15)$$

$$V_{cp1} = D(V_{ap1} - I_{c1}r_sD' - I_{c1}r_s) - I_{c1}r_D D' \quad (16)$$

- Para el IGBT  $Q_4$ ;

$$I_{a4} = DI_{c4} \quad (17)$$

$$V_{cp4} = D(V_{ap4} - I_{c4}r_sD' - I_{c4}r_s) - I_{c4}r_D D' \quad (18)$$

- Para los nodos de los elementos pasivos  $p_1$  y  $p_4$ :

$$I_{a1} - I_{p1} - I_{c1} = 0 \quad (19)$$

$$I_{c1} = -I_{c4} \quad (20)$$

$$I_{p1} = I_{a4} \quad (21)$$

Combinando (19) a (21) se concluye que:  $I_{a1} = I_{a4} = I_{c1} = -I_{c4} = 0$ . Inspeccionando la malla  $I$  del circuito de la figura 13 se tiene que:

$$V_{ap1} = V_d \quad (22)$$

$$V_{ap4} = -V_d \quad (23)$$

$$V_{cp1} - V_s - V_{cp4} - V_d = 0 \quad (24)$$

Sustituyendo (16) y (18) en (24) y la asociación con (22) y (23) se obtiene (25), la cual representa la ganancia estática del convertidor de voltaje, y representa la relación entre la salida de tensión en el condensador  $C_d$  con respecto a la tensión de entrada de la red monofásica de alimentación (Rodrigues & Braga, 2003; Erickson & Maksimovic, 2002).

$$DV_d - V_s + DV_d - V_d = 0 \Rightarrow \frac{V_d}{V_s} = \frac{1}{2D-1} \quad (25)$$

### D. Análisis del Inversor de tensión del FAP con $d=D$

Las corrientes y voltajes en los terminales del interruptor PWM sufren perturbaciones debidas a las variaciones de tensión de entrada o de la tensión en la carga. Esta

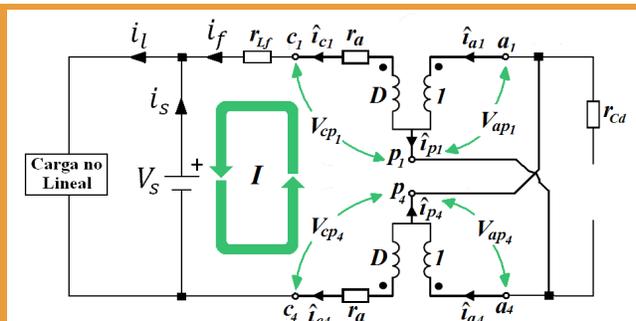


Figura13: Circuito equivalente del VSI del FAP usando el modelo de interruptor PWM para el análisis de DC (ganancia estática). Fuente: Autor del Proyecto.

situación permite obtener las siguientes funciones de transferencia entre algunas de las variables del circuito:  $\hat{v}_d(s)/\hat{v}_S(s)$ ,  $\hat{i}_f(s)/\hat{v}_S(s)$  y  $\hat{i}_f(s)/\hat{v}_d(s)$ . A partir del circuito de la Figura 13 se obtiene el circuito de la Figura 14 que es más apropiado para determinar las funciones de transferencia mencionadas.

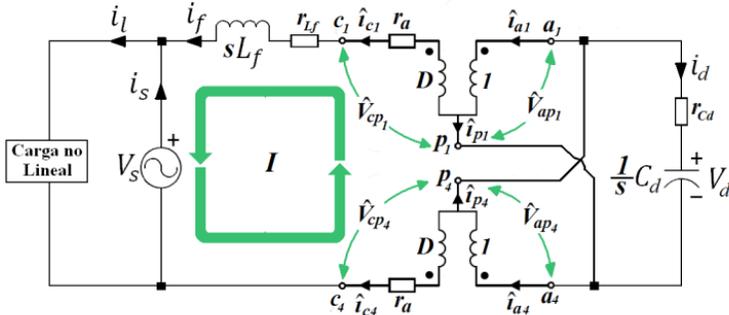


Figura14: Circuito equivalente del VSI del FAP usando el modelo del interruptor PWM para el análisis de CA con  $d = D$ . Fuente: Autor del Proyecto.

### E. Función de Transferencia $\hat{v}_d(s)/\hat{v}_S(s)$

En este análisis se supone que el ciclo de trabajo se mantiene constante,  $d = D$ , y que la tensión en el bus de continua sufre pequeñas variaciones, es decir,  $v_d = V_d + \hat{v}_d$ . La ecuación (11) puede ser rescrita en la forma presentada en (26):

$$\hat{v}_{cp} = d(\hat{v}_{ap} - \hat{i}_c r_s d' - \hat{i}_c r_s) - d' \hat{i}_c r_D \quad (26)$$

De las ecuaciones (7) y (26), las condiciones establecidas anteriormente y el circuito de la Figura 14, se establece el siguiente análisis, para el IGBT  $Q_j$ :

$$\hat{i}_{a1} = D \hat{i}_{c1} \quad (27)$$

$$\hat{v}_{cp1} = D \hat{v}_{ap1} - \hat{i}_{c1} r_a \quad (28)$$

Para el IGBT  $Q_4$ :

$$\hat{i}_{a4} = D \hat{i}_{c4} \quad (29)$$

$$\hat{v}_{cp4} = D \hat{v}_{ap4} - \hat{i}_{c4} r_a \quad (30)$$

Y mediante la inspección de la malla  $I$  en el circuito de la Figura 14 se tiene que:

$$\hat{v}_S - (r_{L_f} + sL_f)\hat{i}_{c1} - \hat{v}_{cp1} - \hat{v}_d + \hat{v}_{cp4} = 0 \quad (31)$$

$$\hat{v}_{ap1} = \hat{v}_d \quad (32)$$

$$\hat{v}_{ap4} = -\hat{v}_d \quad (33)$$

$$\hat{i}_d(s) = \frac{sC_d \hat{v}_d}{(srC_d C_d + 1)} \quad (34)$$

Y para los nodos de los elementos  $p_j$  y  $a_j$ :

$$\hat{i}_{a1} = \hat{i}_{p1} + \hat{i}_{c1} \quad (35)$$

$$\hat{i}_{p1} = \hat{i}_{a4} - \hat{i}_0 \quad (36)$$

$$\hat{i}_{c1} = -\hat{i}_{c4} \quad (37)$$

Que mediante el remplazo de (27), (36) y (37) en (35) y despejando  $\hat{i}_{c1}$  se tiene:

$$\hat{i}_{c1}(s) = \frac{-sC_d \hat{v}_d(s)}{(srC_d C_d + 1)(2D-1)} \quad (38)$$

Ahora reemplazando (28), (30), (32) y (33) en (38) se llega a la expresión (40).

$$\hat{v}_S(s) - \hat{v}_d(s) \left( \frac{(srC_d C_d + 1)(2D-1)^2 - (r_{L_f} + sL_f + 2r_a)(-sC_d)}{(srC_d C_d + 1)(2D-1)} \right) = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\hat{v}_d(s)}{\hat{v}_S(s)} = \frac{(srC_d C_d + 1)(2D-1)}{L_f C_d s^2 + C_d (r_{L_f} + 2r_a + r_{C_d} (2D-1)^2) s + (2D-1)^2} \quad (40)$$

La ecuación (40) corresponde a la función de transferencia que relaciona las variaciones de la tensión en el condensador  $C_d$  en función de los cambios en la tensión de la red monofásica de alimentación. Si en (40) se desprecian las resistencias del inductor  $L_f$  y del condensador  $C_d$  se obtiene la expresión simplificada (41) coincide con el análisis expuesto en (Rodrigues & Braga, 2003).

$$\frac{\hat{v}_d(s)}{\hat{v}_S(s)} = \frac{(2D-1)}{L_f C_d s^2 + 2r_a C_d s + (2D-1)^2} \quad (41)$$

### F. Función de Transferencia $\hat{i}_f(s)/\hat{v}_S(s)$

Del circuito mostrado en la Figura 14 se aprecia que la corriente entregada por el filtro

$\hat{i}_f(s) = \hat{i}_{c1}(s)$ , que si se sustituye en (38) se obtiene que:

$$\hat{i}_f(s) = \hat{i}_{c1}(s) = \frac{-sC_d \hat{v}_d(s)}{(sr_{Cd}C_d + 1)(2D-1)} \quad (42)$$

De tal manera que si se reemplaza la expresión  $\hat{v}_d(s)$ , despejándola de (40) en (42) se obtiene después de algunas operaciones (43). La ecuación (43) explica la relación entre la variación de la corriente en el inductor de inyección de corriente  $L_f$  debido a la variación de la tensión en la red de alimentación.

$$\frac{\hat{i}_f(s)}{\hat{v}_s(s)} = \frac{-sC_d}{L_f C_d s^2 + C_d(r_{Lf} + 2r_a + r_{Cd})(2D-1)s + (2D-1)^2} \quad (43)$$

Que mediante la suposición de valores despreciables para las resistencias  $r_{Lf}$  y  $r_{Cd}$  se obtiene:

$$\frac{\hat{i}_f(s)}{\hat{v}_s(s)} = \frac{-sC_d}{L_f C_d s^2 + 2r_a C_d s + (2D-1)^2} \quad (44)$$

### G. Función de Transferencia $\hat{i}_f(s)/\hat{v}_d(s)$

Retomando (42) y reorganizando los términos se obtiene la función de transferencia que relaciona  $\hat{v}_d$  e  $\hat{i}_f$  en (45):

$$\frac{\hat{i}_f(s)}{\hat{v}_d(s)} = \frac{-sC_d}{(sr_{Cd}C_d + 1)(2D-1)} \quad (45)$$

Y haciendo despreciables las resistencias parásitas en  $L_f$  y  $C_d$ :

$$\frac{\hat{i}_f(s)}{\hat{v}_d(s)} = \frac{-sC_d}{(2D-1)} \quad (46)$$

En conclusión, las funciones de transferencia obtenidas en (41) y (44) representan el comportamiento dinámico de segundo orden de la salida de tensión en el condensador  $v_o$  y la salida de corriente entregada por el inductor  $i_f$  con respecto a las variaciones de la tensión de entrada de la red de alimentación monofásica  $v_s$  en el FAP.

### H. Análisis del VSI del FAP con $d = D + \hat{d}$

Ahora, realizando el análisis del VSI del FAP para las relaciones de pequeña señal, asumiendo la presencia de una perturbación en el ciclo de trabajo  $d = D + \hat{d}$ , se tiene en cuenta que esta componente aleatoria puede

causar variaciones en la corriente que circula en el FAP y en la tensión de entrada y salida. Así, el circuito de la Figura 12 se representa por el esquema de la Figura 15:

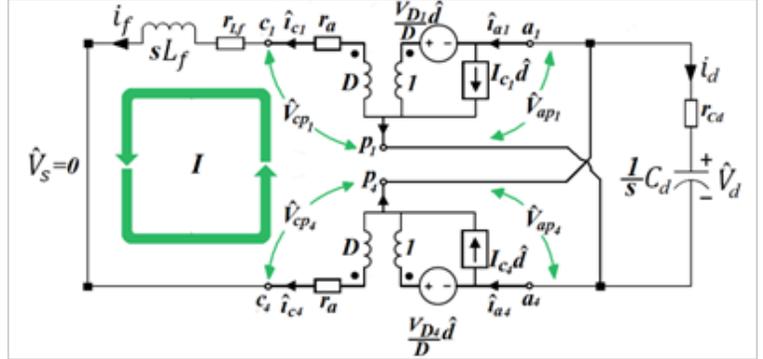


Figura15: Circuito equivalente del VSI usando el modelo de interruptor PWM.

Fuente: Autor del Proyecto.

De esta manera se pueden obtener las funciones de transferencia que relacionan la dinámica de la corriente en el inductor  $L_f$  y la tensión en el condensador  $C_d$  en función de la variación del ciclo de trabajo  $d$ . Para la determinación de las funciones de transferencia se supone que la tensión de entrada  $V_s$  varía lentamente y por lo tanto se considera una fuente de tensión con un valor constante que rápidamente llega a reposo.

### I. Función de Transferencia $\hat{i}_f(s)/\hat{d}(s)$

De las condiciones establecidas en el circuito de la Figura 15 y las expresiones de (7), (12) y (14) se realiza el siguiente análisis, para el IGBT  $Q_1$ :

$$\hat{i}_{a1} = D\hat{i}_{c1} + I_{c1}\hat{d} \quad (47)$$

$$\hat{v}_{ap1} = \frac{\hat{v}_{cp1}}{D} + \frac{i_{c1}r_a}{D} - V_{D1} \frac{\hat{d}}{D} \quad (48)$$

$$V_{D1} = V_{ap1} + I_{c1}(D - D')r_g + I_{c1}(r_D - r_S) \quad (49)$$

Para el IGBT  $Q_4$ :

$$\hat{i}_{a4} = D\hat{i}_{c4} + I_{c4}\hat{d} \quad (50)$$

$$\hat{v}_{ap4} = \frac{\hat{v}_{cp4}}{D} + \frac{i_{c4}r_a}{D} - V_{D4} \frac{\hat{d}}{D} \quad (51)$$

$$V_{D4} = V_{ap4} + I_{c4}(D - D')r_g + I_{c4}(r_D - r_S) \quad (52)$$

En el punto de operación, es decir, cuando  $d = D$ , se tiene que:  $(v_{ap1}, i_{c1}) = (V_d, I_{c1})$  y  $(v_{ap4}, i_{c4}) = (-V_d, I_{c4})$ . Estas condiciones permiten expresar (49) y (52) como:

$$V_{D1} = -V_{D4} \quad (53)$$

Y mediante la inspección de la malla  $l$  del circuito de la Figura 15, se obtiene el siguiente análisis:

$$(r_{Lf} + L_f s) \hat{i}_{c1} - \hat{v}_{cp1} - \hat{v}_d + \hat{v}_{cp4} = 0 \quad (54)$$

$$\hat{v}_{ap1} = -\hat{v}_{ap4} + \hat{v}_d \quad (55)$$

$$\hat{i}_{c1} = -\hat{i}_{c4} \quad (56)$$

$$\hat{i}_d(s) = \frac{s C_d \hat{v}_d}{(s r_{Cd} C_d + 1)} \quad (57)$$

Para los nodos  $p_1$  y  $a_1$  se deben considerar las expresiones planteadas en (35), (36) y (37). Mediante la manipulación de (47) a (57) se obtiene que:

$$\hat{i}_{c1}(s) = -\frac{s C_d \hat{v}_d(s) + 2 I_{c1} \hat{d}(s)}{(s r_{Cd} C_d + 1)(2D - 1)} \quad (58)$$

$$(r_{Lf} + L_f s + 2r_a) \hat{i}_{c1} = (2D - 1) + 2V_{D1} \hat{d} \quad (59)$$

Reemplazando (58) y (59) en (54) y despreciando los valores para las resistencias  $r_{Lf}$  y  $r_{Cd}$  se obtiene como resultado (60).

$$\frac{\hat{i}_f(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{2V_d C_d s}{L_f C_d s^2 + 2r_a C_d s + (2D - 1)^2} \quad (60)$$

#### J. Función de Transferencia $\hat{v}_d(s)/\hat{d}(s)$

Realizando operaciones entre (58), (59) y (57) se obtiene la función de transferencia que relaciona la variación de la tensión del bus de continua con respecto a la variación del ciclo de trabajo  $d$ , teniendo en cuenta que los valores para  $r_{Lf}$  y  $r_{Cd}$  son despreciables se tiene la expresión resultante que coincide con la analizada por Rodrigues y Braga (2003) en así:

$$\frac{\hat{v}_d(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{-2V_d(2D - 1)}{L_f C_d s^2 + 2r_a C_d s + (2D - 1)^2} \quad (61)$$

Las funciones de transferencia obtenidas en (60) y (61) representan el comportamiento dinámico de pequeña señal de la salida de tensión en el condensador  $v_d$  y la salida de corriente entregada por el inductor  $i_f$  con respecto a las variaciones del ciclo de trabajo de la señal de control PWM  $d$  en el FAP.

## IV. MODELO EN ESPACIOS DE ESTADOS PROMEDIADO

El modelado y análisis del FAP utilizando el método de espacio de estados promediado se realiza inicialmente obteniendo las ecuaciones fundamentales que describen el comportamiento de la topología VSI monofásica en términos de sus funciones de conmutación, convirtiéndolas luego en una forma lineal (Nasiri & Emadi, 2003).

En este caso el FAP se puede considerar como una fuente de corriente controlada por tensión que entrega la corriente de compensación de armónicos a la carga no lineal (Ver Figura 1). La corriente de compensación  $i_f$  y la componente de corriente armónica en la carga o fuente de corrientes armónicas  $i_m$  son iguales en amplitud pero opuestas en fase, de tal manera que se cancelan y los cambios que ejerce el FAP sobre la fuente de corriente se reflejan en una forma de onda sinusoidal. La relación de entrada y salida de tensión y corriente del FAP puede expresarse mediante una función de conmutación de control  $u(t)$  que toma valores en el intervalo cerrado real  $[1, -1]$  y representa el valor promedio de la señal PWM de control inyectada al sistema real. Esta función se representa mediante una dependencia entre los parámetros del filtro activo de la manera siguiente:

$$i_d = -i_f u(t) \quad (62)$$

$$v_f = v_d u(t) \quad (63)$$

Cuando la función de conmutación PWM se emplea como señal de entrada de control  $u(t)$  sobre el FAP, se asume que el inductor  $L_f$  opera sin cambios significativos en el ciclo de entrada de control. El circuito de la Figura 16a representa un modelo equivalente del esquema del FAP mostrado en la Figura 1 en términos de una fuente de tensión controlada por corriente (Joós, 1998), y en términos de sus elementos pasivos semejantes como en la Figura 16b.

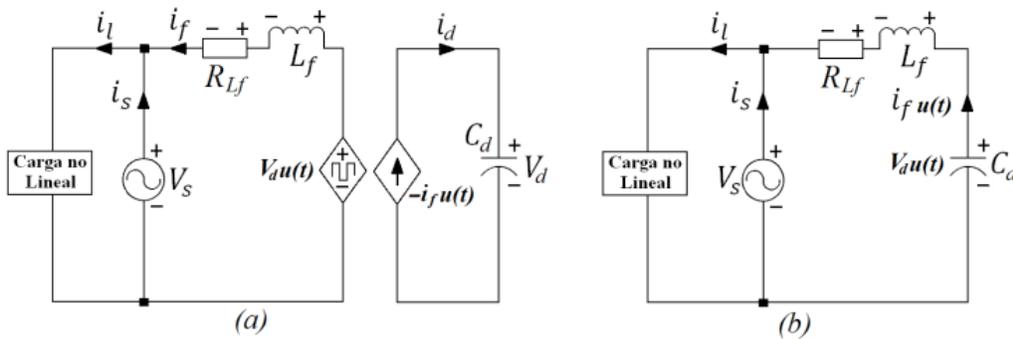


Figura 16: Circuito equivalente simplificado del FAP de la Figura 1. (a) Implementación de una fuente de tensión controlada por corriente; (b) Implementación elementos pasivos. Fuente: Autor del Proyecto.

Del circuito de la Figura 16b (Hua & Li, 2010) se puede deducir la ecuación de estado que modela el FAP, mediante sus dos ecuaciones básicas: la del lado de alterna y la del lado de continua que definen una función analítica del sistema. La ecuación del lado de corriente alterna se obtiene mediante la aplicación de la ley de Kirchhoff de voltaje a la fuente de corriente alterna, así:

$$v_s = -R_{L_f} i_f - L_f \frac{di_f}{dt} + v_d u(t) \quad (64)$$

Donde  $i_f$  es la corriente de salida del FAP,  $v_s$  y  $v_d$  son las tensiones de la red de alimentación monofásica y del condensador de continua respectivamente;  $R_{L_f}$  y  $L_f$  son la resistencia y la inductancia del inductor del FAP y  $u(t)$  la función de conmutación del filtro activo. Así, la ecuación (64) define la primera variable de estado del FAP  $x_1 = i_f$  que puede ser expresada como:

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{L_f} (-v_s + v_d u(t) - R_{L_f} i_f) \quad (65)$$

Del mismo modo, la ecuación eléctrica del lado de continua puede ser escrita mediante el uso de la ley de Kirchhoff de corriente sobre la corriente del inductor como:

$$i_f u(t) = -C_d \frac{dv_d}{dt} \quad (66)$$

Donde  $v_d$  es la tensión en el condensador del bus de corriente continua  $C_d$ . La corriente  $-i_f u(t)$  es la corriente de carga en el condensador (Hua & Li, 2010). Ahora, la ecuación (66) define la segunda variable de estado del FAP  $x_2 = v_d$  que puede ser expresada como:

$$\frac{dv_d}{dt} = -\frac{i_f}{C_d} u(t) \quad (67)$$

Los objetivos de control establecidos para el FAP son:

- Que el valor promedio de la tensión en el condensador de continua se mantenga constante, por ejemplo  $\langle x_2 \rangle = V_d$ , donde  $V_d$  debe cumplir con la condición del convertidor Boost (elevador) de que  $V_d > V_s$ ;
- Que la corriente de la fuente sinusoidal de la red este en fase con la forma de onda de la tensión, por ejemplo  $\langle x_1 \rangle = i_s = I_s \sin(\omega t)$ .

Estos dos objetivos definen el problema de control no estándar: el primero es un objetivo de regulación, y el segundo de seguimiento (Singh, Chandra & Al-Haddad, 1996), y su propósito es compensar completamente el contenido armónico en la carga no lineal. La ecuación de estado del FAP se rige por:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_f \\ \dot{v}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & \frac{1}{L_f} u(t) \\ -\frac{1}{C_d} u(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ v_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (68)$$

La cual tiene la forma de ecuación de estado simplificada siguiente:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (69)$$

Donde la matriz de estado  $\mathbf{A}$  y la matriz de entrada  $\mathbf{B}$  corresponden a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{Lf}}{L_f} & \frac{1}{L_f}u(t) \\ -\frac{1}{C_d}u(t) & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

Ahora teniendo en cuenta que la salida del sistema es la variable variable  $x_1$ :

$$\mathbf{y}(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_f \\ v_d \end{bmatrix} \quad (71)$$

Donde la matriz de salida corresponde a  $C_1 = [1 \quad 0]$ , a partir de la cual se obtiene la función de transferencia  $i_f(s)/v_S(s)$  mediante el cálculo de la matriz de transición de estado  $(sI - A)^{-1}$  de la siguiente forma:

$$(sI - \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} s + \frac{R_{Lf}}{L_f} & -\frac{1}{L_f}u(t) \\ \frac{1}{C_d}u(t) & s \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s & \frac{1}{L_f}u(t) \\ -\frac{1}{C_d}u(t) & s + \frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix}}{s^2 + \frac{R_{Lf}}{L_f}s + \frac{1}{L_f C_d}u^2(t)} \quad (72)$$

Por lo cual:

$$\frac{i_f(s)}{v_S(s)} = \mathbf{C}_1 (sI - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = [1 \quad 0] \frac{\begin{bmatrix} s & \frac{1}{L_f}u(t) \\ -\frac{1}{C_d}u(t) & s + \frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix}}{s^2 + \frac{R_{Lf}}{L_f}s + \frac{1}{L_f C_d}u^2(t)} \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (73)$$

Dando como resultado:

$$\frac{i_f(s)}{v_S(s)} = \frac{-s C_d}{L_f C_d s^2 + C_d R_{Lf} s + u^2(t)} \quad (74)$$

Que coincide con la ecuación analizada mediante funciones de conmutación obtenida en (44) estableciendo las equivalencias:

$$R_{Lf} = 2r_a \quad \text{y} \quad u(t) = 2D - 1 \quad (75)$$

Mediante la consideración de que la salida del sistema es la variable  $x_2$ :

$$\mathbf{y}(t) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_f \\ v_d \end{bmatrix} \quad (76)$$

Donde la matriz de salida corresponde a  $C_2 = [0 \quad 1]$ , a partir de la cual se obtiene la función de transferencia  $v_d(s)/v_S(s)$  utilizando la matriz de transición (70) donde:

$$\frac{v_d(s)}{v_S(s)} = \mathbf{C}_2 (sI - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = [0 \quad 1] \frac{\begin{bmatrix} s & \frac{1}{L_f}u(t) \\ -\frac{1}{C_d}u(t) & s + \frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix}}{s^2 + \frac{R_{Lf}}{L_f}s + \frac{1}{L_f C_d}u^2(t)} \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Dando como resultado:

$$\frac{v_d(s)}{v_S(s)} = \frac{u(t)}{L_f C_d s^2 + C_d R_{Lf} s + u^2(t)} \quad (78)$$

Que considerando las equivalencias de (75) se obtiene un resultado semejante al obtenido en (41).

## V. CONCLUSIONES

Se realizó el análisis matemático para obtener la función de transferencia del FAP monofásico en derivación mediante el método de funciones de conmutación y el método de espacios de estado promediados. De los dos modelos obtenidos, se aprecian equivalencias significativas al compararlos, esta condición valida la coherencia del desarrollo analítico para obtenerlos. El modelo matemático equivalente del FAP, teniendo como variables de entrada la tensión de alimentación de la red monofásica y el ciclo de trabajo de conmutación, y como variables de salida la corriente de inyección y la tensión en el lado de continua, tuvo una dinámica de segundo orden estable que depende directamente de los parámetros referentes a los valores de la inductancia del inductor de inyección de corriente y de la capacitancia del condensador de continua.

El modelo del FAP basado en funciones de conmutación relaciona las variables de control que corresponden a las señales PWM, y las variables de salida que corresponden a las señales entregadas por el FAP tales como la corriente y tensión resultante en el cual los IGBT se sustituyen por funciones de conmutación donde: ninguna aproximación de los dispositivos es necesaria, la mayoría de

las ecuaciones del FAP son lineales y se alcanza una muy buena y rápida aproximación del sistema. Aunque el cálculo es extenso se obtiene un modelo del FAP que asume todos los parámetros de conmutación de los IGBT del VSI incluyendo los valores de las resistencias equivalentes e internas del mismo.

El modelado y análisis del FAP utilizando el método de espacio de estados promediado se realiza inicialmente obteniendo las ecuaciones fundamentales que describen el comportamiento de la topología VSI monofásica en términos de sus funciones de conmutación, convirtiéndolas luego en una forma lineal. En este caso el FAP se puede considerar como una fuente de corriente controlada por tensión que entrega la corriente de compensación de armónicos a la carga no lineal, a partir de la cual se obtiene el modelo en espacio de estados donde las variables de estado corresponden a la corriente en el inductor de enlace y la tensión en el condensador de continua.

## REFERENCIAS

---

- López, O. (2009). Filtro Activo Paralelo para Compensación de Factor de Potencia y Distorsión Armónica en Aplicaciones Industriales. Tesis de maestría, universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, pp. 1-98.
- Qiao, C., Smedley, K.M. & Maddaleno, F. (2001). A Comprehensive Analysis and Design of a Single Phase Active Power Filter with Unified Constant-frequency Integration Control. IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC 2001, vol. 3, pp. 1619-1625.
- Joós, G. (1998). Simulation of Active Power Filters Using Switching Functions. 6th Workshop on Computers in Power Electronics, CIPE'98, pp. 163-167.
- Lee, B.K. & Ehsani, M. (2001). A Simplified Functional Simulation Model for Three-Phase Voltage-Source Inverter Using Switching Function Concept. IEEE Transactions on industrial Electronics, vol. 48, pp. 309-321.
- Vorperian, V. (1990). Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch Part I: Continuous Conduction Mode. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 26, pp. 490-496.
- Rodrigues, M.D. & Braga, H.A. (2003). Experimental Validation Of A Mathematical Modeling Of Single-Phase Active Power Filter. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE'03, pp. 1077-1082.
- Erickson, R.W. & Maksimovic, D. (2002). Fundamentals of Power Electronics, New York: Kluwer Academic Publishers.
- Nasiri, A. & Emadi, A. (2003). Modeling, Simulation, and Analysis of Active Filter Systems - Using Generalized State Space Averaging Method. 29th Annual Conference Of The IEEE Industrial Electronics Society, IECON '03, vol. 3, pp. 1999-2004.
- Hua, C.C. & Li, C.H. (2010). A Shunt Active Power Filter Adopting Lyapunov. Journal of the Chinese Institute of Engineers, vol. 33, pp. 463-473.
- Singh, B., Chandra, A. & Al-Haddad, K. (1996). An Improved Single Phase Active Power Filter with Optimum DC Capacitor. IEEE 22nd International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON'96, vol. 2, pp. 677-682.
- Griño, R., Costa-Castello, R. & Fossas, E. (2003). Digital Control of a Single-phase Shunt Active Filter. 34th IEEE Annual Power Electronics Specialist Conference, PESC '03, vol. 3, pp. 1038-1042.
- Jiménez, F. R. (2011). Implementación De Una Técnica De Control No Lineal En Un DSP Para Un Compensador Activo Monofásico En Derivación. Tesis de maestría Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, pp. 1-143.