Ingenio Magno
ISSN 2145-9282 - ISSN 2422-2399 (En línea)
UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
T U N J A
REVISTA INGENIO MAGNO ISSN digital 2422-2399, Volumen 14 No 1, año 2023

Análisis en el dominio tiempo-frecuencia de la propagación de ondas Lamb en placas metálicas

Time-frequency domain analysis of Lamb wave propagation in metallic plates

Erick Rojas-Mancera[a], Armando Mares-Castro[b],Antonio Balvantín-García[c]
Pablo Alberto Limon-Leyva[d], Elso Rodríguez-García[e]

[a]Instituto Tecnológico Superior de Purísima del Rincón, Purísima del Rincón, Guanajuato, México.
erick.rm@purisima.tecnm.mx
[b]Instituto Tecnológico Superior de Purísima del Rincón, Purísima del Rincón, Guanajuato, México,
armando.mc@purisima.tecnm.mx
[c]Universidad de Guanajuato, Salamanca, Guanajuato, antonio.balvantin@ugto.mx, 36885, México.
[d]Instituto Tecnológico de Sonora, Calle Antonio Caso S/N y E. Kino, Colonia Villa ITSON. pablo.limon@itson.edu.mx,
Ciudad Obregón, Sonora, 85130, México.
[e]Instituto Tecnológico Nacional de México en Celaya; Antonio García Cubas #600 esq. Av. Tecnológico,
elso.rodriguez@itcelaya.edu.mx, Celaya; Guanajuato, 38010, México

***Resumen*—**La necesidad de inspeccionar y evaluar estructuras largas de ingeniería, sin el inconveniente de realizar inspecciones punto a punto que consumen mucho tiempo, ha motivado el uso de diferentes técnicas para realizarlo de manera rápida y confiable. Una de las técnicas que recientemente ha incrementado su uso para este tipo de inspecciones son las ondas guiadas. Las ondas de Lamb son un tipo de onda guiada que se propaga en estructuras de ingeniería tipo placa, que son utilizadas para su evaluación y caracterización no destructiva. Sin embargo, existe una gran cantidad de modos de propagación que pueden contener ruido inherente que puede ser confundido con otros modos y es necesaria una identificación adecuada de cada uno de ellos para su implementación. En este trabajo, se ha realizado la identificación de los modos de propagación de las ondas de Lamb, usando Trasformada de Fourier de Tiempo Corto (Short Time Fourier Transform, STFT, por sus siglas en inglés), generados en una placa metálica. Para la identificación de los modos de propagación, las curvas de dispersión teóricas fueron calculadas para una placa de aluminio de 1.9 mm de espesor. Las ondas de Lamb experimentales fueron generadas usando transductores piezoeléctricos y después digitalizadas para realizar un procesamiento de señales usando la STFT. Posteriormente, las curvas teóricas de dispersión para los modos simétricos y antisimétricos fueron graficadas sobre los espectrogramas obtenidos de las señales experimentales, para identificar los modos de propagación generados. Los resultados muestran que la metodología propuesta es factible para realizar la identificación de los modos de propagación de las ondas de Lamb, a diferentes frecuencias de excitación.

***Palabras clave*—** Ondas de Lamb, evaluación no destructiva, procesamiento de señales.

***Abstract*—**The necessity to inspect and evaluate large engineering structures, without point-to-point time-consuming inspections, has been a motivation to implement different confident and faster techniques. A growing technique is the use of guided waves. The implementation of guided waves such as Lamb waves, recently has been increasing for nondestructive evaluation in plate-like structures and components. However, Lamb wave multimode and inherent noise can interfere to identify properly Lamb wave mode propagation. In this work, the identification of Lamb wave modes propagated in thin metallic plates using Short Time Fourier Transform (STFT) has been implemented. The identification of Lamb waves was using dispersive curves computed for an aluminum plate with 1.9 mm in thickness. Experimental Lamb waves were generated using piezoelectric sensors and then digitalized to compute STFT in measured signals. Subsequently, theoretical dispersive curves were plotted over spectrograms obtained from analyzed measured signals, to identify the experimentally generated lamb wave modes. Results show that the proposed methodology is feasible for the identification of Lamb wave modes, at three different excitation frequencies to excite Lamb wave modes.

***Keywords*—**Lamb waves, nondestructive evaluation, signal processing.

I. Introducción

Las ondas de Lamb son, desde hace tiempo, ampliamente usadas para la Evaluación No Destructiva (END) de elementos y componentes estructurales (Gorgin, Luoa, & Wub, 2020). Debido a que las ondas de Lamb son una prueba no destructiva y rápida a comparación de las pruebas destructivas. Su capacidad de propagarse en largas distancias, así como su capacidad para identificar defectos ocultos o internos las colocan en el campo de la investigación para seguir ampliando su uso en diferentes áreas (Dwivedi, Vishwakarma, & Soni, 2018). El uso de las ondas de Lamb se ha extendido ampliamente durante los últimos años, por ejemplo, identificar orificios en estructuras tipo placas usando una red de sensores (Rojas, Baltazar, & Loh, 2015), también para determinar propiedades de contacto entre dos cuerpos solidos (Balvantín, Disodado-De-la-Peña, Limon-Lyva, & Hernández-Rodríguez, 2018). Otras aplicaciones son el área aeroespacial para identificar daños en estructuras laminadas de aviones (Liao, Lu, & Xu, 2020).

Sin embargo, se requiere de un análisis exhaustivo para entender su comportamiento y su uso para la END. Dos de los fenómenos típicos que se presentan durante la propagación de ondas de Lamb en estructuras tipo placa son la dispersión y los multimodos (Gorgin, Luoa, & Wub, 2020). Para poder identificar y usar las ondas de Lamb, existe una gran variedad de técnicas para su análisis e interpretación (Ismail, Hafizi, Lim, & Ahmad, 2022). Una de las técnicas más usadas es la identificación de modos usando las curvas de dispersión teóricas generadas a partir de las ecuaciones de Rayleigh-Lamb (Rose, 2014). En este trabajo se describen las ecuaciones para generar las curvas de dispersión de las ondas de Lamb. Además, de manera experimental se generaron ondas de Lamb para digitalizarlas y posteriormente analizarlas. La identificación de los modos de las ondas de Lamb se realizó mediante el procesamiento de la señal usando la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT, por sus siglas en ingles), para posteriormente graficar, sobre el espectrograma generado, las curvas de dispersión de la velocidad de grupo de las ondas. Las características de la propagación de las ondas Lamb, se presentan a continuación.

A. Ondas de Lamb

La teoría básica para la propagación de ondas en sistemas de frontera libre ha sido ampliamente estudiada. Horace Lamb (Lamb, 1917), describió la solución matemática para la propagación de ondas en estructuras tipo placa homogéneas de libre tracción e isotrópicas. Sin embargo, la solución numérica de las ecuaciones presentadas por Lamb fue desarrollada mucho tiempo después (Viktorov, 1970). Dos tipos de modos de propagación fueron descritos por Lamb, estos son pueden ser generados en una estructura tipo placa, y son llamados simétricos y antisimétricos. El problema de la propagación de onda es presentado en la Fig. 1.

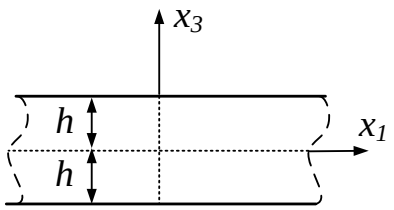

Fig. 1. Esquema de la placa libre usado para la propagación de las ondas de Lamb.
Fuente: Autor.

La Fig. 2, muestra la deformación (altamente exagerada, para fines ilustrativos) de la placa y el desplazamiento de partícula, de los modos simétricos y antisimétricos. Además, se muestra la longitud de onda representada por λ, y el grosor de la placa descrito por 2h.

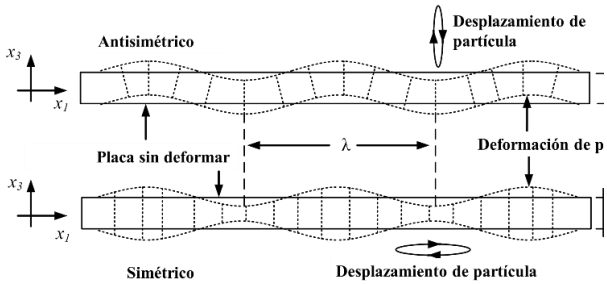

Fig. 2. Esquema de la deformación de la placa y el desplazamiento de partícula en los modos simétricos y antisimétricos. Fuente: Autor.

La identificación de los modos de las ondas Lamb, se hace a través de las ecuaciones llamadas relaciones Rayleigh-Lamb (Rose, 2014). Estás ecuaciones son usadas para determinar la velocidad de fase y de grupo de una frecuencia y un espesor especifico. Para los modos simétricos las ecuaciones pueden ser descritas como:

$$\frac{tan(qh)}{tan(ph)} = -\frac{4k^2pq}{(q^2-k^2)^2}, \tag{1}$$

y para el modo antisimétrico se puede escribir como:

$$\frac{tan(qh)}{tan(ph)} = -\frac{(q^2-k^2)^2}{4k^2pq}. \tag{2}$$

Las ecuaciones (1) y (2) son usadas para estimar la velocidad de fase para una frecuencia y espesor especifico, donde:

$$p^2 = \left(\frac{\omega}{C_L}\right)^2 - k^2 \quad \text{y} \quad q^2 = \left(\frac{\omega}{C_T}\right)^2 - k^2, \tag{3}$$

ω es la frecuencia angular, k representa el número de onda de las ondas de Lamb, CL y CT son la velocidad longitudinal y la velocidad trasversal, respectivamente. Con las raíces de las ecuaciones (1) y (2) se obtienen los valores

de k para una frecuencia especifica. Estas ecuaciones (1) y (2) pueden reescribirse para que estén en función de f(k), de manera que se obtengan soluciones directamente para k como se muestra en la ecuación (4) para los modos simétricos:

$$\frac{tan(qh)}{q} + \frac{4k^2 p\, tan(ph)}{(q^2-k^2)^2} = f_s(k)\,, \qquad (4)$$

y la ecuación (5) para los modos antisimétricos:

$$q\, tan(\, qh) + \frac{(q^2-k^2)^2\, tan(ph)}{4k^2 p} = f_a(k). \qquad (5)$$

Obteniendo el valor real de las ecuaciones anteriores, se pueden encontrar las raíces reales. La Fig. 3 muestra un ejemplo de la solución de las ecuaciones (4) y (5) para los valores de 170 ≤ k ≤ 180 y 160 ≤ k ≤ 170, respectivamente. Las funciones generan una serie de raíces que necesitan ser evaluadas. Estas raíces pueden ser obtenidas de manera numérica usando métodos como Newton-Raphson, bisección entre otros. El proceso para obtener las curvas de dispersión de la velocidad de fase usando métodos numéricos es asumiendo un intervalo (Cp)n < Cp < (Cp)n+1 alrededor del cruce en cero en el eje x, dado que k=ω/Cp , una velocidad de fase dentro del intervalo propuesto aproximará el resultado de las ecuaciones (4) y (5) muy cercano a cero. La precisión de las curvas de dispersión dependerá en la resolución de los valores propuestos para Cp en el intervalo seleccionado. Sin embargo, mientras mayor sea la resolución del valor propuesto mayor será el costo computacional.

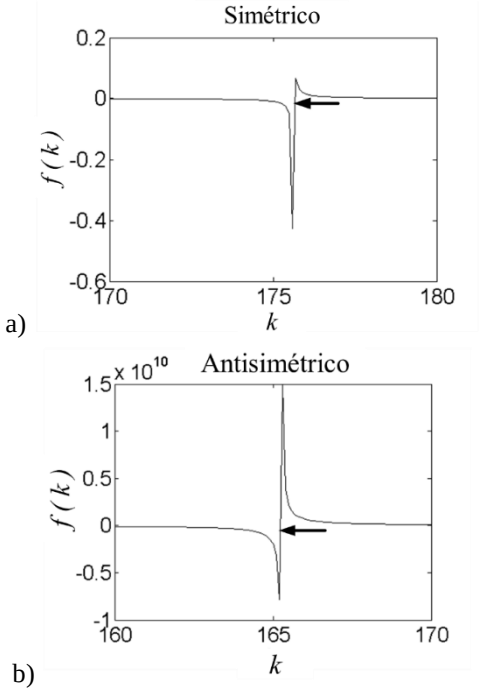

Fig. 3. Solución a la ecuación (4) y (5) para los modos a) simétricos y b) antisimétricos. La flecha indica el cambio de signo donde podría existir una raíz. (h=1 mm, CL=6.1 mm/μs, CT = 3.2mm/μs, f=5 kHz). Fuente. Autor

Con las ecuaciones (4) y (5) solo se pueden obtener las velocidades de fase, y de estas ecuaciones se puede obtener la velocidad de grupo de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{C_g = \frac{d\omega}{dk}} \qquad (6)$$

sustituyendo $\boldsymbol{k = \omega / C_p}$ en la ecuación (6) se obtiene:

$$\boldsymbol{C_g = d\omega \left[d\left(\frac{\omega}{C_p}\right)\right]^{-1}}, \qquad (7)$$

y finalmente la velocidad de grupo se puede expresar también como:

$$\boldsymbol{C_g = C_p \left[C_p - (fd)\frac{dC_p}{d(fd)}\right]^{-1}} \qquad (8)$$

Para obtener las velocidades de grupo a partir de las velocidades de fase, se requiere realizar una diferenciación numérica. La derivación numérica es mostrada en la Fig. 4, esta es implementada en la ecuación (8) para obtener las curvas de dispersión de las velocidades de grupo.

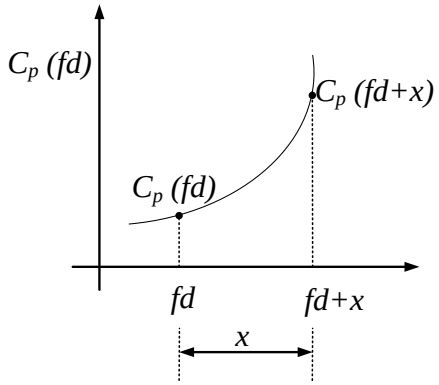

Fig. 4. Descripción esquemática de la derivación numérica para obtener la velocidad de grupo con base en la velocidad de fase. Fuente. Autor

La Fig. 5 y Fig. 6, muestran las curvas de dispersión para la velocidad de fase y velocidad de grupo para una placa de aluminio de 1.9 mm. En estas figuras se puede observar la variación de la velocidad de fase y de grupo en función de la frecuencia de la onda propagada.

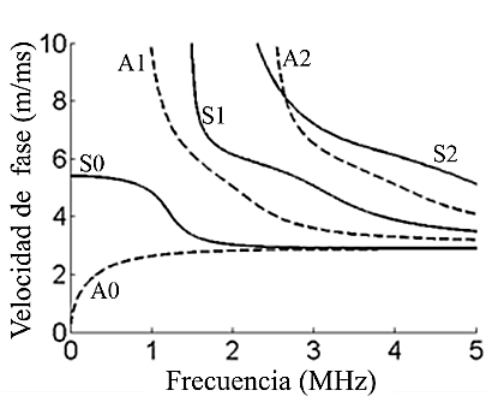

Fig. 5. Velocidad de fase de los primeros tres modos de vibración simétricos y antisimétricos, para una placa de aluminio de 1.9 mm de espesor.
Fuente: Autor.

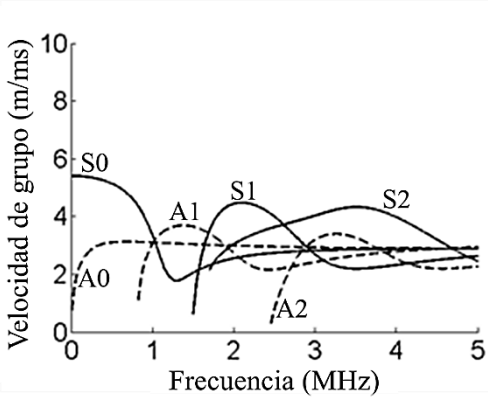

Fig. 6. Velocidad de grupo de los primeros tres modos de vibración simétricos y antisimétricos, para una placa de aluminio de 1.9 mm de espesor. Fuente: Autor.

Como se puede observar en las curvas teóricas, la dispersión (dependencia de la velocidad en función de la frecuencia) es un fenómeno que se presenta en las ondas Lamb. El efecto de la dispersión sobre los paquetes de onda es el cambio de la forma de la señal conforme trascurre el tiempo o se propaga en la distancia el paquete de onda.

La Fig. 7, muestra el esquema de un paquete de onda, en el cúal la velocidad de fase está idicada dentro del paquete de onda, y la velocidad de grupo está indicada haciendo referencia a todo el paquete de onda. La metodología para la generación y adquisición de las señalesultrasónicas se detalla en la siguiente sección.

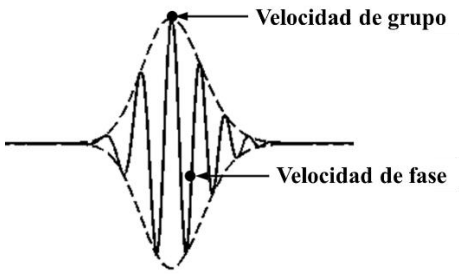

Fig. 7. Representación esquemática de la velocidad de grupo y velocidad de fase en un paquete de onda.
Fuente: Autor.

II. Generación y adquisición de señales

La Fig. 8, muestra el esquema del sistema experimental para generar ondas Lamb. Una placa de aluminio de 1000 x 1000 mm2, de largo y ancho, con un espesor de 1.9 mm fue usada para los experimentos. Dos transductores piezoeléctricos con una frecuencia central de 1 MHz fueron usados para generar las vibraciones en la placa. Los transductores fueron colocados a una distancia de 150 mm usando glicerina como acoplante. Se generó un tren de pulsos de cinco ciclos con un generador de funciones (Agilent 33220A). Las señales fueron recibidas con un pulsador-receptor comercial (5077PR Olympus®). Para la digitalización de las señales se usó un osciloscopio (Agilent® DSO1004A) y una computadora en la cual se programó un código en MatLab® de desarrollo propio para analizar y visualizar las señales digitalizadas.

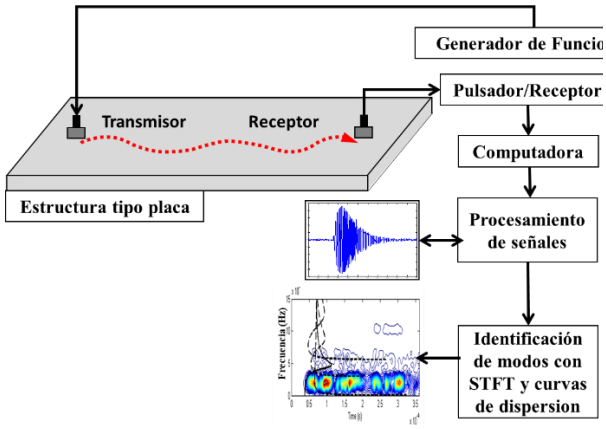

Fig. 8. Esquema del sistema experimental para la generación y adquisición de señales generadas por ondas Lamb. Fuente: Autor.

La Fig. 9, muestra el sistema experimental usado para generar la ondas de Lamb. Tres señales fueron generadas y obtenidas con un tren de puslsos de 5 ciclos.

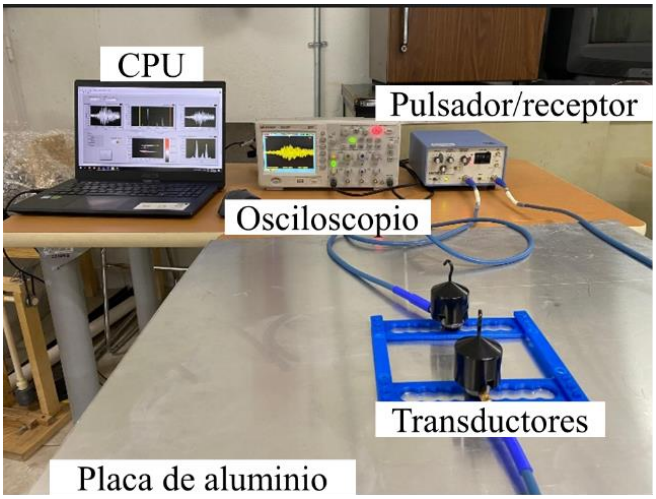

Fig. 9. Foto del sistema experimental.
Fuente: Autor.

A. Resutlados y procesamiento de señales

El procesamiento de señales se realizó en el Sotfware matemático MatLab®. La Fig. 10, muestra las señales obtenidas con los transductores piezoeléctricos y los espectrogramas obtenidos de estas señales al momento de procesarlas con la Transformada de Fourier de Tiempo Corto. Las figuras Fig. 10(a) y 10(b), muestra la generación del modo antisimétrico A0, con una frecuencia de 400 kHz y 600 kHz, respectivamente. La Fig. 10(c), por otro lado, muestra la generación del modo antisimétrico A1 a 800 kHz. Las líneas punteadas, graficadas sobre los espectrogramas representan las curvas teóricas de dispersión para la velocidad de grupo de una placa de aluminio de 1.9 mm de espesor.

III. Discusiones y conclusiones

En este trabajo se mostraron las ecuaciones para generar las curvas teóricas de dispersión para un espesor especifico de placa. Además, se generaron de manera experimental ondas ultrasónicas guiadas (ondas Lamb), en una placa de aluminio de 1.9 mm de espesor. Se implementó la Transformada de Fourier de Tiempo Corto, en las señales obtenidas de manera experimental para generar espectrogramas. Las curvas de dispersión obtenidas de manera analítica se graficaron sobre los espectrogramas y se lograron identificar los modos de dispersión a las diferentes frecuencias de excitación de los transductores.

Finalmente, la metodología desarrollada e implementada en este trabajo, puede ser utilizada para el análisis y procesamiento de las señales ultrasónicas propagadas en una estructura tipo placa de interés. Los resultados obtenidos de la identificación de modos, así como las variaciones en las características de propagación de estos, se pueden utilizar para la identificación de defectos en la estructura.

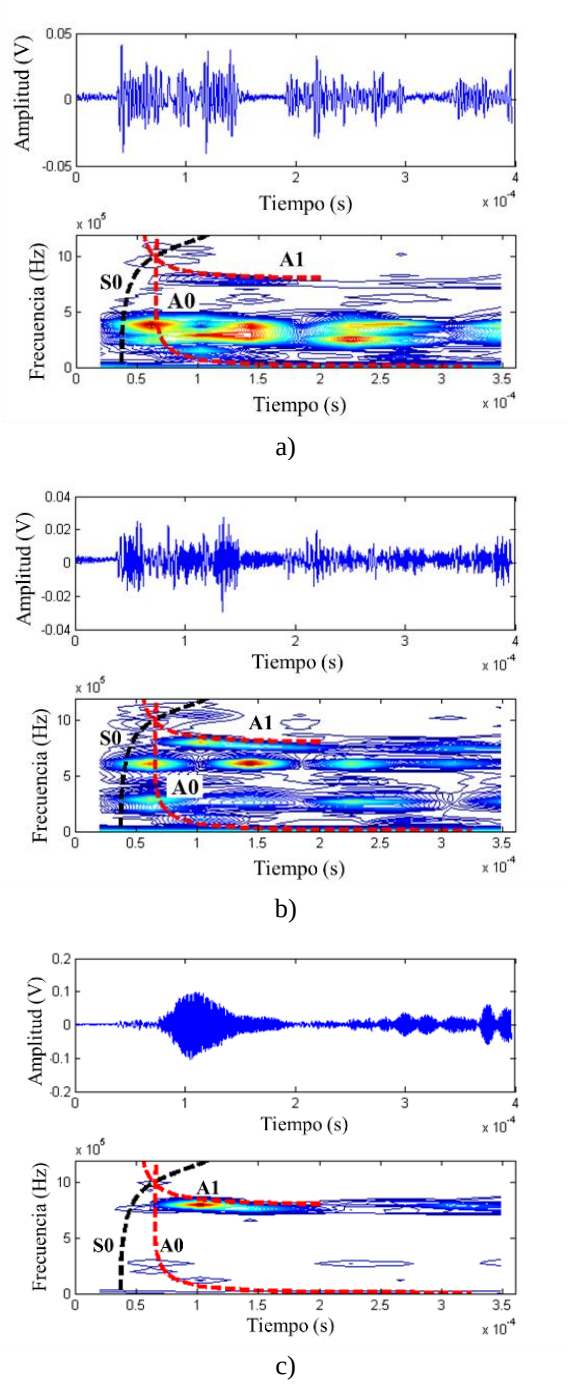

Fig. 10. Grafica de señales y el espectrograma generado por la STFT. Las líneas punteadas indican las curvas de dispersión para la velocidad de grupo. a) 400 kHz, b)600 kHz y c) 800 kHz.
Fuente: Autor.

IV. Referencias

[1] Balvantín, A., Disodado-De-la-Peña, J., Limon-Lyva, P., & Hernández-Rodríguez, E. (2018). Study of guided wave propagation on a plate between two solid bodies with imperfect contact conditions. *Ultrasonics, 83*, 137-145.

[2] Dwivedi, S., Vishwakarma, M., & Soni, A. (2018). Advances and researches on non destructive testing: A review. *Materials Today: Proceedings, 5*(2), 3690-3698.

[3] Gorgin, R., Luoa, Y., & Wub, Z. (2020). Environmental and operational conditions effects on Lamb wave based structural health monitoring systems: A review. *Ultrasonics, 105*, 106114.

[4] Ismail, N., Hafizi, Z., Lim, K., & Ahmad, H. (2022). Lamb Wave Actuation Techniques for SHM System-A Review. *International Conference on Mechanical Engineering Research* (pp. 677-685). Singapore: Springer.

[5] Lamb, H. (1917). On waves in an elastic plate. *Proceedings of the Royal Society of London, 93*(648), 114-128.

[6] Liao, S., Lu, O., & Xu, L. (2020). Super-resolution ultrasound lamb wave NDE imaging of anisotropic airplane laminates via deconvolutional neural network. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 70*, 1-8.

[7] Rojas, E., Baltazar, A., & Loh, K. (2015). Damage detection using the signal entropy of an ultrasonic sensor network. *Smart Materials and Structures, 24*(7), 075008.

[8] Rose, J. (2014). *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media.* Cambridge: Cambridge University Press.

[9] Viktorov, I. (1970). *Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications.* Plenum press.